

A. $f(x) = \begin{cases} x, & -1 < x < 1; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$

B. $f(x) = \begin{cases} x^2, & -1 < x < 1; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$

C. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & -1 < x < 1; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$

D. $f(x) = \begin{cases} 2, & -1 < x < 1; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$

4. 设随机变量 $X \sim N(1, 4)$, $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(0) = 0.5$, 则事件 $\{1 \leq X \leq 3\}$ 的概率为 ()

- A. 0.1385 B. 0.2413 C. 0.2934 D. 0.3413

5. 设随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-x} e^{-2y}, & x > 0, y > 0; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$ 则 $A =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

6. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布为 ()

	Y	0	5
X			
0		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
2		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

则 $P\{XY=0\} =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{5}{12}$
 C. $\frac{3}{4}$ D. 1

7. 设 $X \sim B(10, \frac{1}{3})$, 则 $E(X) =$ ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. 1
 C. $\frac{10}{3}$ D. 10

8. 设 $X \sim N(1, 3^2)$, 则下列选项中, 不成立的是 ()

- A. $E(X) = 1$ B. $D(X) = 3$
 C. $P(X=1) = 0$ D. $P(X < 1) = 0.5$

9. 设 $X_i = \begin{cases} 0, & \text{事件} A \text{ 不发生} \\ 1, & \text{事件} A \text{ 发生} \end{cases} (i=1, 2, \dots, 10000)$, 且 $P(A) = 0.8, X_1, X_2, \dots, X_{10000}$ 相互独立, 令 $Y = \sum_{i=1}^{10000} X_i$, 则由中心极限定理知

- Y 近似服从的分布是 ()
- A. $N(0, 1)$ B. $N(8000, 40)$
 C. $N(1600, 8000)$ D. $N(8000, 1600)$

10. 设 X_1, \dots, X_n 为正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 记 $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$, 则下列选项中正确的是 ()

- A. $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ B. $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$
C. $(n-1)S^2 \sim \chi^2(n-1)$ D. $\frac{S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$

二、填空题 (本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分)

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

11. 连续抛一枚均匀硬币 5 次, 则正面都不出现的概率为 _____。
12. 袋中有红、黄、蓝球各一个, 从中任取三次, 每次取一个, 取后放回, 则红球出现的概率为 _____。
13. 设 $P(A|B) = \frac{1}{6}, P(\bar{B}) = \frac{1}{2}, P(B|A) = \frac{1}{4}$, 则 $P(A) =$ _____。
14. 设事件 A、B 相互独立, $P(A \cup B) = 0.6, P(A) = 0.4$, 则 $P(B) =$ _____。
15. 设随机变量 X 表示 4 次独立重复射击命中目标的次数, 每次命中目标的概率为 0.5, 则 $X \sim$ _____ 分布。
16. 设随机变量 X 服从区间 $[0, 5]$ 上的均匀分布, 则 $P\{X \leq 3\} =$ _____。

17. 设 (X, Y) 的分布律为: 则 $\alpha =$ _____。

	Y	-1	1	2
X				
0		$\frac{1}{15}$	α	$\frac{1}{15}$
1		$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$

18. 设 $X \sim N(-1, 4), Y \sim N(1, 9)$ 且 X 与 Y 相互独立, 则 $X+Y \sim$ _____。

19. 设二维随机变量 (X, Y) 概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{3}(x+y), & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1; \\ 0, & \text{其它。} \end{cases}$ 则

$f_x(x) =$ _____。

20. 设随机变量 X 具有分布 $P\{X=k\} = \frac{1}{5}, k=1,2,3,4,5$, 则 $E(X) =$ _____。

21. 设随机变量 X 在区间 $(0,1)$ 上服从均匀分布, $Y=3X-2$, 则 $E(Y) =$ _____。

22. 设随机变量 X 的 $E(X) = \mu, D(X) = \sigma^2$, 用切比雪夫不等式估计 $P(|X - E(X)| \leq 3\sigma^2) \geq$ _____。

23. 当随机变量 $F \sim F(m, n)$ 时, 对给定的 $\alpha (0 < \alpha < 1), P(F > F_\alpha(m, n)) = \alpha$. 若 $F \sim F(10, 5)$, 则 $P(F < \frac{1}{F_{0.95}(5, 10)}) =$ _____。

24. 设总体 $X \sim N(\mu, 1), (x_1, x_2, x_3)$ 为其样本, 若估计量 $\hat{\mu} = \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + kx_3$ 为 μ 的无偏估计量, 则 $k =$ _____。

25. 已知一元线性回归方程为 $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + 4x$, 且 $\bar{x} = 3, \bar{y} = 6$, 则 $\hat{\beta}_0 =$ _____。

三、计算题 (本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

26.100 张彩票中有 7 张是有奖彩票,现有甲、乙两人且甲先乙后各买一张,试计算甲、乙两人中奖的概率是否相同?

27.设 x_1, x_2, \dots, x_n 为来自总体 X 的样本, 总体 X 服从 $(0, \theta)$ 上的均匀分布, 试求 θ 的矩估计 $\hat{\theta}$, 并计算当样本值为

0.2, 0.3, 0.5, 0.1, 0.6, 0.3, 0.2, 0.2 时, $\hat{\theta}$ 的估计值。

四、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

28.袋中装有 5 只球, 编号为 1, 2, 3, 4, 5, 现从袋中同时取出 3 只, 以 X 表示取出的 3 只球中的最大号码, 试求:

(1) X 的概率分布;

(2) X 的分布函数;

(3) $Y = X^2 + 1$ 的概率分布。

29.设离散型随机变量 X 的分布律为:

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

, 令 $Y = X^2$,

求(1) $D(X)$; (2) $D(Y)$; (3) $Cov(X, Y)$.

五、应用题 (本大题共 1 小题, 10 分)

30. 假设某城市购房业主的年龄服从正态分布, 根据长期统计资料表明业主年龄 $X \sim N(35, 5^2)$. 今年随机抽取 400 名业

主进行统计调研, 业主平均年龄为 30 岁. 在 $\alpha = 0.01$ 下检验业主年龄是否显著减小. ($u_{0.01} = 2.32, u_{0.005} = 2.58$)