全国 2008 年 4 月高等教育自学考试
线性代数（经管类）试题

课程代码：04184

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1．设行列式 D= $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ =3，D_1= $\begin{vmatrix} a_{11} & 5a_{11}+2a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 5a_{21}+2a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & 5a_{31}+2a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$，则 D_1 的值为（　　　）

A．-15　　　　B．-6

C．6　　　　D．15

2．设矩阵 $\begin{pmatrix} a+b & 4 \\ 0 & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & a-b \\ c & 3 \end{pmatrix}$，则（　　　）

A．a=3,b=-1,c=1,d=3　　　　B．a=-1,b=3,c=1,d=3

C．a=3,b=-1,c=0,d=3　　　　D．a=-1,b=3,c=0,d=3

3．设 3 阶方阵 *A* 的秩为 2，则与 *A* 等价的矩阵为（　　　）

A. $\begin{pmatrix}1&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&0&0\end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix}1&1&1\\2&2&2\\0&0&0\end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix}1&1&1\\2&2&2\\3&3&3\end{pmatrix}$

4．设 A 为 n 阶方阵，n≥2，则$|-5A|$=（　　）

A．$(-5)^n|A|$

B．$-5|A|$

C．$5|A|$

D．$5^n|A|$

5．设 A=$\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$，则$|A^*|$=（　　）

A．-4

B．-2

C．2

D．4

6．向量组α_1，α_2，…α_s，(s＞2)线性无关的充分必要条件是（　　）

A．α_1，α_2，…，α_s均不为零向量

B．α_1，α_2，…，α_s中任意两个向量不成比例

C．α_1，α_2，…，α_s中任意 s-1 个向量线性无关

D．α_1，α_2，…，α_s中任意一个向量均不能由其余 s-1 个向量线性表示

7.设 3 元线性方程组 Ax=b,A 的秩为 2，η_1，η_2，η_3为方程组的解，$\eta_1+\eta_2=(2,0,4)^T$，$\eta_1+\eta_3=(1,-2,1)^T$，

则对任意常数 k，方程组 Ax=b 的通解为（　　）

A．$(1,0,2)^T+k(1,-2,1)^T$

B．$(1,-2,1)^T+k(2,0,4)^T$

C．$(2,0,4)^T+k(1,-2,1)^T$

D．$(1,0,2)^T+k(1,2,3)^T$

8．设 3 阶方阵 A 的特征值为 1，-1，2，则下列矩阵中为可逆矩阵的是（　　）

A．E-A

B．-E-A

C．2E-A

D．-2E-A

9．设λ=2 是可逆矩阵 A 的一个特征值，则矩阵$(A^2)^{-1}$必有一个特征值等于（　　）

A．$\frac{1}{4}$

B．$\frac{1}{2}$

C．2

D．4

10．二次型 $f(x_1,x_2,x_3,x_4)=x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+2x_3x_4$ 的秩为（　　）

A．1

B．2

C．3

D．4

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

11.行列式$\begin{vmatrix}a_1b_1&a_1b_2&a_1b_3\\a_2b_1&a_2b_2&a_2b_3\\a_3b_1&a_3b_2&a_3b_3\end{vmatrix}$=____________.

12.设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$，$P=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$，则 $AP^T=$____________.

13.设矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=$____________.

14.设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2&2\\2&t&3\\3&4&5\end{pmatrix}$，若齐次线性方程组 Ax=0 有非零解，则数 t=____________.

15.已知向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$，$\alpha_3=\begin{pmatrix}t\\1\\1\end{pmatrix}$ 的秩为 2，则数 t=____________.

16.已知向量 $\alpha=(2,1,0,3)^T$，$\beta=(1,-2,1,k)^T$，α 与 β 的内积为 2，则 k=____________.

17.设向量 $\alpha=\left(b,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^T$ 为单位向量，则数 b=____________.

18.已知 $\lambda=0$ 为矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&-2&-2\\2&2&-2\\-2&-2&2\end{pmatrix}$ 的 2 重特征值，则 A 的另一特征值为____________.

19.二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2-5x_3^2-4x_1x_2+2x_2x_3$ 的矩阵为____________.

20.已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=(k+1)x_1^2+(k-1)x_2^2+(k-2)x_3^2$ 正定，则数 k 的取值范围为____________.

三、计算题（本大题共 6 小题，每小题 9 分，共 54 分）

21.计算行列式 $D=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\1&2&0&0\\1&0&3&0\\1&0&0&4\end{vmatrix}$ 的值.

22.已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&-1&0\\0&1&2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}3&0&1\\1&1&0\\0&1&4\end{pmatrix}$，

（1）求 A 的逆矩阵 A^{-1}；

（2）解矩阵方程 AX=B.

23.设向量 $\alpha=(1,-1,-1,1)$，$\beta=(-1,1,1,-1)$，求（1）矩阵 $A=\alpha^T\beta$；（2）A^2.

24.设向量组 $\alpha_1=(1,-1,2,4)^T$，$\alpha_2=(0,3,1,2)^T$，$\alpha_3=(3,0,7,14)^T$，$\alpha_4=(1,-1,2,0)^T$，求向量组的秩和一个极大线性无关组，并将其余向量用该极大线性无关组线性表示.

25.已知线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 = -1 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 = a \end{cases}$$

（1）求当 a 为何值时，方程组无解、有解.

（2）当方程组有解时，求出其全部解（要求用其一个特解和导出组的基础解系表示）.

26.设矩阵 A=$\begin{pmatrix} 8 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$，

（1）求矩阵 A 的特征值与对应的全部特征向量.

（2）判定 A 是否可以与对角矩阵相似，若可以，求可逆矩阵 P 和对角矩阵Λ，使得 $P^{-1}AP=\Lambda$.

四、证明题（本题 6 分）

27.设 n 阶矩阵 A 满足 $A^2=A$，证明 E-2A 可逆，且$(E-2A)^{-1}=E-2A$.