全国2008年4月高等教育自学考试

概率论与数理统计（二）试题

课程代码：02197

一、单项选择题(本大题共10小题，每小题2分，共20分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1.一批产品共10件，其中有2件次品，从这批产品中任取3件，则取出的3件中恰有一件次品的概率为（　　）

A. $\frac{1}{60}$　　B. $\frac{7}{45}$

C. $\frac{1}{5}$　　D. $\frac{7}{15}$

2.下列各函数中，可作为某随机变量概率密度的是（　　）

A. $f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1;\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$　　B. $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & 0<x<1;\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

C. $f(x)=\begin{cases}3x^2, & 0<x<1;\\ -1, & 其他\end{cases}$

D. $f(x)=\begin{cases}4x^3, & -1<x<1;\\ 0, & 其他\end{cases}$

3.某种电子元件的使用寿命 *X*（单位：小时）的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{100}{x^2}, & x\ge 100;\\ 0, & x<100,\end{cases}$ 任取一只电子元件，则它的使用寿命在150小时以内的概率为（　　）

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

4.下列各表中可作为某随机变量分布律的是（　　）

A.

X	0	1	2
P	0.5	0.2	-0.1

B.

X	0	1	2
P	0.3	0.5	0.1

C.

X	0	1	2
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{15}$

D.

X	0	1	2
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

5.设随机变量 *X* 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}ce^{-\frac{x}{5}}, & x\ge 0;\\ 0, & x<0,\end{cases}$ 则常数 *c* 等于（　　）

A.$-\frac{1}{5}$

B. $\frac{1}{5}$

C.1

D.5

6.设 *E*（*X*），*E*（*Y*），*D*（*X*），*D*（*Y*）及 Cov（*X*，*Y*）均存在，则 *D*（*X-Y*）=（　　）

A.*D*（*X*）+*D*（*Y*）

B.*D*（*X*）-*D*（*Y*）

C.*D*（*X*）+*D*（*Y*）-2Cov（*X*，*Y*）

D.*D*（*X*）-*D*（*Y*）+2Cov（*X*，*Y*）

7.设二维随机变量（*X*，*Y*）的分布律为（　　）

X \ *Y*	0	1
0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$

，

则 *D*（*X*）=

A. $\frac{5}{2}$

B. $\frac{15}{8}$

C. $\frac{5}{4}$

D. $\frac{15}{16}$

8.已知随机变量X的分布律为

X	-2	1	*x*
P	$\frac{1}{4}$	*p*	$\frac{1}{4}$

，且 *E*（*X*）=1，则常数 *x*=

（　　　）

A.2　　B.4

C.6　　D.8

9.设相互独立的随机变量序列 X_1，X_2，…，X_n，…服从相同的概率分布，且 $E(X_i)=\mu$，

$D(X_i)=\sigma^2$,记 $\overline{X}_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，则 $\lim_{n\to\infty}P\left\{\left|\overline{X}_n-\mu\right|\le\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right\}=$（　　　）

A.$\Phi(1)$　　B.$1-\Phi(1)$

C.$2\Phi(1)-1$　　D.1

10.设 x_1，x_2，…，x_{n_1} 与 $y_1, y_2,\cdots, y_{n_2}$ 分别是来自总体 $N(\mu_1,\sigma^2)$ 与 $N(\mu_2,\sigma^2)$ 的两个样本，它们相互独立，且 $\overline{x},\overline{y}$ 分别为两个样本的样本均值，则 $\overline{x}-\overline{y}$ 所服从的分布为（　　　）

A.$N(\mu_1-\mu_2,(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})\sigma^2)$　　B.$N(\mu_1-\mu_2,(\frac{1}{n_1}-\frac{1}{n_2})\sigma^2)$

C.$N(\mu_1-\mu_2,(\frac{1}{n_1^2}+\frac{1}{n_2^2})\sigma^2)$　　D.$N(\mu_1-\mu_2,(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2})\sigma^2)$

二、填空题（本大题共15小题，每小题2分，共30分）

请在每小题的空格上填上正确答案。错填、不填均无分。

11．设 A 与 B 是两个随机事件，已知 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.6$，$P(A\cup B)=0.7$，则 $P(\overline{A}B)=$____________.

12.设事件 A 与 B 相互独立，且 $P(A)=0.3$，$P(B)=0.4$，则 $P(A\cup B)=$____________.

13.一袋中有7个红球和3个白球，从袋中有放回地取两次球，每次取一个，则第一次取得红球且第二次取得白球的概率 p=____________.

14.已知随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $P\{X=0\}=e^{-1}$，则 $\lambda=$____________.

15.在相同条件下独立地进行4次射击，设每次射击命中目标的概率为0.7，则在4次射击中命中目标的次数 X 的分布律为 $P\{X=i\}=$____________，$i=0，1，2，3，4$.

16.设随机变量 X 服从正态分布 $N(1，4)$，$\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，已知 $\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.9772$，则 $P\{|X|<3\}=$____________.

17.设随机变量 $X\sim B(4，\frac{2}{3})$，则 $P\{X<1\}=$____________.

18.已知随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -6;\\ \frac{x+6}{12}, & -6<x<6;\\ 1, & x\ge 6,\end{cases}$$

则当 $-6<x<6$ 时，X 的概率密度 $f(x)=$____________.

19.设随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	1	2
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{7}{16}$

，且 $Y=X^2$，记随机变量 Y 的分布函数为 $F_Y(y)$，则 F

20.设随机变量 X 和 Y 相互独立，它们的分布律分别为

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{5}{12}$

，

Y	-1	0
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

，

则 $P\{X+Y=1\}=$____________.

21.已知随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	5
P	0.5	0.3	0.2

，则 $P\{X<E(X)\}=$____________.

22.已知 $E(X)=-1$，$D(X)=3$，则 $E(3X^2-2)=$____________.

23.设 X_1,X_2,Y 均为随机变量，已知 Cov（X_1，Y）=-1，Cov（X_2，Y）=3，则 Cov（X_1+2X_2，Y）=____________.

24.设 m 是 n 次独立重复试验中 A 发生的次数，p 是事件 A 的概率，则对任意正数 ε，有

$\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{m}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}=$____________.

25.设 $x_1,x_2,\cdots,x_5$ 是来自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本，样本均值 $\bar{x}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}x_i$，样本方差 $s^2=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2$，若 $\frac{cs^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(4)$，

则 c____________.

三、计算题（本大题共2小题，每小题8分，共16分）

26．设总体 X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta x^{-(\theta+1)}, & x>1;\\ 0, & 其他\end{cases},$$

其中θ（θ>1）是未知参数，x_1，x_2，…，x_n 是来自该总体的样本，试求θ的矩估计 $\hat{\theta}$.

27. 某日从饮料生产线随机抽取16瓶饮料，分别测得重量（单位：克）后算出样本均值 $\bar{x}$=502.92 及样本标准差 s=12. 假设瓶装饮料的重量服从正态分布 N（μ，σ²），其中σ²未知，问该日生产的瓶装饮料的平均重量是否为500克？（α=0.05）

（附：$t_{0.025}(15)=2.13$）

四、综合题（本大题共2小题，每小题12分，共24分）

28．设二维随机变量（X，Y）的分布律为

X \ Y	0	1	2
0	0.1	0.5	0.1
1	0.2	α	β

，

且已知 $E(Y)=1$，试求：（1）常数α β；（2）$E(XY)$；（3）$E(X)$.

29．设二维随机变量（X，Y）的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} x\mathrm{e}^{-(x+y)}, & x>0,y>0; \\ 0, & 其他. \end{cases}$$

（1）求（X，Y）分别关于 X，Y 的边缘概率密度 $f_X(x)$,$f_Y(y)$;(2)判定 X 与 Y 的独立性，并说明理由;（3）求 $P\{X>1,Y>1\}$.

五、应用题（10分）

30．设有两种报警系统Ⅰ与Ⅱ，它们单独使用时有效的概率分别为0.92与0.93，且已知在系统Ⅰ失效的条件下，系统Ⅱ有效的概率为0.85，试求：

（1）系统Ⅰ与Ⅱ同时有效的概率；（2）至少有一个系统有效的概率.