

中国十大品牌教育集团 中国十佳网络教育机构



- 自考名师全程视频授课，图像、声音、文字同步传输，享受身临其境的教学效果；
- 权威专家在线答疑，提交到答疑板的问题在 24 小时内即可得到满意答复；
- 课件自报名之日起可反复观看不限时间、地点、次数，直到当期考试结束后一周关闭；
- 付费学员赠送 1G 超大容量电子信箱；及时、全面、权威的自考资讯全天 24 小时滚动更新；
- 一次性付费满 300 元，即可享受九折优惠；累计实际交费金额 500 元或支付 80 元会员费，可成为银卡会员，购课享受八折优惠；累计实际交费金额 1000 元或支付 200 元会员费，可成为金卡会员，购课享受七折优惠（以上须在同一学员代码下）；

英语/高等数学预备班：英语从英文字母发音、国际音标、基本语法、常用词汇、阅读、写作等角度开展教学；数学针对有仅有高中入学水平的数学基础的同学开设。通过知识点精讲、经典例题详解、在线模拟测验，有针对性而快速的提高考生数学水平。[立即报名！](#)

基础学习班：依据全新考试教材和大纲，由辅导老师对教材及考试中所涉及的知识进行全面、系统讲解，使考生从整体上把握该学科的体系，准确把握考试的重点、难点、考点所在，为顺利通过考试做好知识上、技巧上的准备。[立即报名！](#)

冲刺串讲班：结合历年试题特点及命题趋势，规划考试重点内容，讲解答题思路，传授胜战技巧，为考生指出题眼，提供押题参考。配合高质量全真模拟试题，让学员体验实战，准确地把握考试方向、将已掌握的应试知识融会贯通，并做到举一反三。[立即报名！](#)

习题班：自考 365 网校与北大燕园合作推出，共计 390 门课程，均涵盖该课程全部考点、难点，在线测试系统按照考试难度要求自动组卷、全程在线测试、提交后自动判定成绩。我们相信经过反复练习定能使您迅速提升应试能力，使您考试梦想成真！[立即报名！](#)

论文答辩与毕业申请指导班：来自主考院校的指导老师全程视频授课，系统阐述申报自考论文的时间、论文的选题、论文的格式及内容、与导师的沟通技巧等，并提供论文范例供学员参考。[立即报名！](#)

自考实验班：针对高难科目开设，签协议，不及格退还学费。全国限量招生，报名咨询 010-82335555 [立即报名！](#)

浙江省 2008 年 7 月高等教育自学考试
常微分方程试题
课程代码：10002

一、填空题(本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分)

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

1.若微分方程 $\frac{d^2y}{dx^2} + f(x)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + g(x)y = 0$ 为线性微分方程，则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2.微分方程 $y' + xy'^2 - y = 0$ 有不平行于 x 轴的直线积分曲线，此直线积分曲线为

$y = \underline{\hspace{2cm}}$.

3.一阶微分方程

$$\frac{dy}{dx} = f(x)\varphi(y),$$

这里 $f(x), \varphi(y)$ 分别是 x, y 的连续函数，如果 $\varphi(y) \neq 0$ ，则方程的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4.如果 $f(x, y)$ 在 $R: |x-x_0| \leq a, |y-y_0| \leq b$ 上连续，且关于 y 满足利普希茨条件.则方程 $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ 定义于 $|x-x_0| \leq h$ 上，满足

初始条件 $\varphi(x_0)=y_0$ 的连续解存在且唯一，这里 $h = \min(a, \frac{b}{M}), M = \underline{\hspace{2cm}}$.

5.方程 $\frac{d^n x}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dx}{dt} + a_n x = 0$ 中 a_1, a_2, \dots, a_n 为常数，又设 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 是方程 n 个不相等的特征根，

则方程的通解为_____.

6. 常数线性方程 $x''' - 3x'' + 3x' - x = 0$ 的通解为_____.

7. 若二阶齐线性方程 $\frac{d^2y}{dx^2} + P(x)\frac{dy}{dx} + q(x)y = 0$ 中 $xP(x)$ 和 $x^2q(x)$ 均能展开成 x 的幂级数, 且收敛区间为 $|x| < R$, 则方程

有形如 $y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{n!} x^n$ 的特解, 式中的 α 是一个待定的常数.

8. A 是 4×4 的常数矩阵, 它的特征方程为 $(\lambda + 1)(\lambda + 2)^3 = 0$, 方程组 $x' = Ax$ 满足初始条件

$$\varphi(0) = \eta \text{ 的解}$$

$$\varphi(t) = e^{-t}v_1 + e^{-2t} \left(\frac{1}{2}v_2 + \frac{1}{2}t^2v_3 \right) v_2$$

其中 v_1 满足方程 $(A+E)v_1=0$ v_2 满足方程 $(A+2E)v_2=0$ 且 $v_1+v_2=\eta$.

9. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} -1 & & & \\ & 2 & & \\ & & & \\ & & & 4 \end{bmatrix}$, 则方程组 $x' = Ax$ 的基解矩阵 $\exp At =$ _____.

10. 对矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ 已算得 $\lambda = 3$ 是 A 的二重特征值, 则方程 $x' = Ax$

的基解矩阵 $\exp At =$ _____.

11. 方程组 $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2y \\ \frac{dy}{dt} = -2x \end{cases}$ 的奇点类型是_____.

12. 用李雅普诺夫函数 $V(x,y) = x^2 + y^2$ 可确定方程组

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - y + (x - y)(x^2 + y^2) \\ \frac{dy}{dt} = x - y + (x + y)(x^2 + y^2) \end{cases}$$

的零解稳定性为_____.

二、计算题(本大题共 8 小题, 每小题 7 分, 共 56 分)

1. 解方程

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{(x+y)^2}.$$

2. 解方程

$$\frac{ds}{dt} = -(\cos t)s + \frac{1}{2} \sin 2t.$$

3. 解方程

$$(x^2 + y)dx + (x - 2y)dy = 0.$$

4.解方程

$$y = y'^2 e^{y'}.$$

5.求方程

$$\frac{dy}{dx} = x - y^2 \text{ 通过点}(0, 0)\text{的二次近似解.}$$

6.求方程

$$x'' + x' - 2x = 8\sin 2t$$

满足 $x(0)=0, x'(0)=0$ 的解.

7.求方程组

$$\begin{cases} x_1' = x_2 \\ x_2' = -4x_1 + 4x_2 + 2x_3 \\ x_3' = 2x_1 - x_2 - x_3 \end{cases} \text{的基解矩阵 } \Phi(t).$$

8.已知方程组

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \mu x - y \\ \frac{dy}{dt} = \mu y - z \\ \frac{dz}{dt} = \mu z - x \end{cases}$$

的零解渐近稳定, 求 μ 的取值范围.

三、证明题(本大题 8 分)

如果 $a_i(t) \quad i=1,2,\dots, n$ 是区间 $a \leq t \leq b$ 上的连续函数, $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ 是方程

$$\frac{d^n x}{dt^n} + a_1(t) \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_n(t)x = 0$$

在区间 (a, b) 上线性无关的解. 则其伏朗斯基行列式 $W(t)$ 在 $a \leq t \leq b$ 上都不等于零.