

3. 下列变量在给定的变化过程中为无穷小量的是 ()

A. $2^x - 1$ ($x \rightarrow 0$) B. $\frac{\sin x}{x}$ ($x \rightarrow 0$)

C. $\frac{1}{(x-1)^2}$ ($x \rightarrow 1$) D. $2^{-x} - 1$ ($x \rightarrow 1$)

4. 设曲线 $y = x^2 + x - 1$ 在点 M 的切线的斜率为 3, 则点 M 的坐标为 ()

A. (0,1) B. (1,1)

C. (1,0) D. (0,-1)

5. 设 $|A| = -3$, $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$, 则 A 的伴随矩阵 $A^* =$ ()

A. $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

6. 级数 $\frac{1}{2} - \frac{3}{10} + \frac{1}{2^2} - \frac{3}{10^2} + \frac{1}{2^3} - \frac{3}{10^3} + \dots$ 的和 $s =$ _____.

7. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-2)^n + 3^n}{(-2)^{n+1} + 3^{n+1}} =$ _____.

8. 函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x > 0, \\ a + x^2, & x \leq 0, \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 则 $a =$ _____.

9. 不定积分 $\int \tan x \sec^2 x dx =$ _____.

10. 设 $y = \ln \sin x$, 则 $dy =$ _____.

11. 曲线 $y = (x-1)^3 - 1$ 的拐点是 _____.

12. 设由参数方程 $x = \sin t, y = \cos 2t$ 确定的函数为 $y = y(x)$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

13. 设行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = D$, 元素 a_{ij} 对应的代数余子式记为 A_{ij} , 则 $a_{31}A_{31} + a_{32}A_{32} + a_{33}A_{33} =$ _____.

14. 当 $x = \pm 1$ 时, 函数 $y = x^3 + 3px + 1$ 取得极值, 则常数 $p =$ _____.

15. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$, 则 $A^n =$ _____.

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 6 分, 共 48 分)

16. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2}$.

17. 求由方程 $y^5 + 2y - x - 3x^7 = 0$ 所确定的隐函数 $y = y(x)$ 在 $x=0$ 处的导数 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0}$.

18. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = 10^{x+y}$ 的通解.

19. 求不定积分 $\int (1 - \frac{1}{x^2}) \sqrt{x} dx$.

20. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi \cos^3 \varphi d\varphi$.

21. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0, \end{cases}$ 求 $f'_+(0)$ 及 $f'_-(0)$, 又 $f'(0)$ 是否存在?

22. 设 $f(x) = \int_{x^2}^5 \sqrt{3+t^2} dt$, 求 $f'(1)$.

23. 用消元法求解线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 2, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

四、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

24. 证明: 当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时, $\tan x > x + \frac{x^3}{3}$.

25. 求由曲线 $y = x^3$ 与直线 $x = 2$, $y = 0$ 所围平面图形绕 y 轴旋转一周而成的旋转体的体积.