

# 浙江省 2015 年 10 月高等教育自学考试

## 工程数学(一)试题

课程代码:07961

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

### 选择题部分

#### 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

#### 一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 对于事件  $A, B$ , 下列命题正确的是
- A. 若  $A, B$  互不相容, 则  $\bar{A}$  与  $\bar{B}$  也互不相容
  - B. 若  $A, B$  相容, 则  $\bar{A}$  与  $\bar{B}$  也相容
  - C. 若  $A, B$  互不相容, 则  $A$  与  $B$  也相互独立
  - D. 若  $A$  与  $B$  也相互独立, 那么  $\bar{A}$  与  $\bar{B}$  也相互独立
2. 某人连续向一目标射击, 每次命中目标的概率为  $3/4$ , 他连续射击直到命中为止, 则射击次数为 3 的概率是
- A.  $(\frac{3}{4})^3$
  - B.  $(\frac{3}{4})^2 \times \frac{1}{4}$
  - C.  $(\frac{1}{4})^2 \times \frac{3}{4}$
  - D.  $C_4^2 (\frac{1}{4})^2$
3. 设连续型随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 则  $P(-1 \leq X \leq 1) =$
- A. 0
  - B. 0.25
  - C. 0.5
  - D. 1

4. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+1)^2}{8}}$ ,  $-\infty < x < +\infty$ , 则  $X \sim$

A.  $N(-1, 4)$

B.  $N(-1, 2)$

C.  $N(-1, 8)$

D.  $N(-1, 16)$

5. 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 其概率分布为  $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ ,  $Y \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ , 则  $P(X=Y) =$

A.  $\frac{2}{3}$

B. 1

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{5}{9}$

6. 已知随机变量  $X \sim B(n, p)$ , 且  $E(X) = 2.4$ ,  $D(X) = 1.44$ , 则参数  $n, p$  为

A.  $n = 4, p = 0.6$

B.  $n = 6, p = 0.4$

C.  $n = 8, p = 0.3$

D.  $n = 8, p = 0.1$

7. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自正态总体  $N(\mu, 1)$  的一个简单随机样本,  $\bar{X}, S^2$  分别为样本均值与样本方差, 则

A.  $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n-1)$

B.  $\bar{X} \sim N(0, 1)$

C.  $\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \sim \chi^2(n-1)$

D.  $\frac{\bar{X}}{\frac{S}{\sqrt{n-1}}} \sim t(n-1)$

8. 设  $\chi_1^2 \sim \chi^2(n_1), \chi_2^2 \sim \chi^2(n_2), \chi_1^2, \chi_2^2$  独立, 则  $\chi_1^2 + \chi_2^2 \sim$

A.  $\chi_1^2 + \chi_2^2 \sim \chi^2(n)$

B.  $\chi_1^2 + \chi_2^2 \sim \chi^2(n-1)$

C.  $\chi_1^2 + \chi_2^2 \sim t(n)$

D.  $\chi_1^2 + \chi_2^2 \sim \chi^2(n_1 + n_2)$

9.  $X_1, X_2, X_3$  是取自正态总体  $X \sim N(\mu, 1)$  的样本, 则下列选项中哪一个是总体均值  $\mu$  的无偏且有效估计量?

A.  $T_1 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + \frac{1}{2}X_3$

B.  $T_2 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{2}X_2 + \frac{1}{4}X_3$

C.  $T_3 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$

D.  $T_4 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{4}X_3$

10. 假设检验时, 当样本容量一定, 若缩小犯第一类错误的概率, 则犯第二类错误的概率

A. 变小

B. 变大

C. 不变

D. 不确定

## 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

### 二、填空题(本大题共 15 小题,每小题 2 分,共 30 分)

11. 从 1,2,3,4,5 中任取 3 个数字,则这 3 个数字中不含 1 的概率为 \_\_\_\_\_.
12. 设  $P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(B|\bar{A})=0.8$ , 则  $A, B$  至少发生一个的概率为 \_\_\_\_\_.
13. 设  $A, B$  为随机事件,  $P(A \cup B)=0.8, P(B)=0.4$ , 则  $P(A|\bar{B})=$  \_\_\_\_\_.
14. 从发芽率为 0.9 的一批种子里,随机地取 100 粒,用  $\xi$  表示 100 粒中不发芽的种子粒数,则  $\xi \sim$  \_\_\_\_\_.
15. 设随机变量  $X$  的分布律

|     |               |               |               |
|-----|---------------|---------------|---------------|
| $X$ | 1             | 2             | 3             |
| $P$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{2}{6}$ | $\frac{3}{6}$ |

记  $X$  的分布函数为  $F(x)$ , 则  $F(2)=$  \_\_\_\_\_.

16. 设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x)$ , 而  $F(x)=\begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^3, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$ , 则  $E(X)=$  \_\_\_\_\_.
17. 设随机变量  $X$  服从某一区间  $[a, b]$  上的均匀分布, 且  $E(X)=3, D(X)=\frac{1}{3}$ , 则  $a=$  \_\_\_\_\_,  $b=$  \_\_\_\_\_.
18. 设在三次独立实验中事件  $A$  出现的概率相等. 若已知  $A$  至少出现一次的概率等于  $\frac{19}{27}$ , 则  $A$  在一次实验中出现的概率为 \_\_\_\_\_.
19. 已知随机变量  $X$  服从参数为 2 的泊松分布, 则  $E(X^2)=$  \_\_\_\_\_.
20. 设  $X \sim N(3, 2^2)$ , 且  $\Phi(1)=0.8413, \Phi(0.5)=0.6915$ , 则  $P(2 < X \leq 5)=$  \_\_\_\_\_.
21. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且  $X \sim N(-3, 1), Y \sim N(2, 1)$ , 则  $P(X+Y \leq -1)=$  \_\_\_\_\_.
22. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律为

|      |               |               |               |
|------|---------------|---------------|---------------|
| $Y$  | $-1$          | $2$           | $3$           |
| $X$  | $-1$          | $2$           | $3$           |
| $-1$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{a}{6}$ | $\frac{1}{4}$ |
| $1$  | $0$           | $\frac{1}{4}$ | $a^2$         |

则常数  $a=$  \_\_\_\_\_.

23. 设随机变量  $X$  的数学期望  $E(X) = 7$ , 方差  $D(X) = 5$ , 用切比雪夫不等式估计得  $P\{2 < X < 12\} \geq$  \_\_\_\_\_.

24. 设  $X \sim N(\mu, 1)$ , 容量  $n = 16$ , 均值  $\bar{x} = 5.2$ , 则未知参数  $\mu$  的置信度 0.95 的置信区间为 \_\_\_\_\_.(已知  $u_{0.025} = 1.96$ )

25. 设总体  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\mu$  未知,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为其样本. 若假设检验问题为  $H_0: \sigma^2 = 1, H_1: \sigma^2 \neq 1$ , 则采用的检验统计量应为 \_\_\_\_\_.

**三、计算题(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)**

26. 某电脑公司组装的电脑所用的显示屏是由 3 家工厂提供的(数据见表), 现从待出厂的电脑中任抽一台检验发现是次品(设为事件  $A$ ), 原因是显示屏有问题.

(1) 求  $P(A)$ ;

(2) 有问题的显示屏由哪家厂提供的可能性最大?

| 显示屏制造厂 | 提供份额 | 次品率  |
|--------|------|------|
| 1      | 0.15 | 0.03 |
| 2      | 0.60 | 0.01 |
| 3      | 0.25 | 0.02 |

27. 二维随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律如下:

|   |    |      |      |
|---|----|------|------|
|   | Y  | -1   | 1    |
| X | -1 | 0.25 | 0.5  |
|   | 1  | 0    | 0.25 |

求  $E(X), E(Y), D(X), D(Y), Cov(X, Y), \rho_{XY}$ .

**四、综合题(本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)**

28. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合密度函数为:  $f(x, y) = \begin{cases} cxy & (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1), \\ 0 & \text{(其他)}. \end{cases}$

试求(1)系数  $c$ ; (2)  $X$  和  $Y$  各自的边缘密度函数; (3)  $X$  与  $Y$  相互独立吗? 为什么?

29. 设随机变量  $X, Y$  的取值是相互独立的, 它们都服从区间  $[1, 3]$  上的均匀分布. 设事件

$A = "X \leq a"$ , 事件  $B = "Y > a"$ , 如果已知  $P(A \cup B) = \frac{7}{9}$ , 求常数  $a$ .

**五、应用题(本大题 10 分)**

30. 用一种简易测温装置测量铁水温度 6 次, 得如下数据:  $\bar{x} = \frac{1}{6} \sum x_i = 1314$ ,

$s = \sqrt{\frac{1}{5} \sum (x_i - \bar{x})^2} = 3.5214$ , 假设铁水的温度服从正态分布. 若铁水的实际温度为  $1310^\circ\text{C}$ , 问该简易测温装置是否有正常工作? ( $\alpha = 0.02$ , 已知  $t_{0.01}(5) = 3.3649$ ,  $t_{0.01}(6) = 3.1427$ ).