

4. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+1)^2}{8}}$, $-\infty < x < +\infty$, 则 $X \sim$

A. $N(-1, 4)$

B. $N(-1, 2)$

C. $N(-1, 8)$

D. $N(-1, 16)$

5. 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 其概率分布为 $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$, $Y \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$, 则 $P(X=Y) =$

A. $\frac{2}{3}$

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{5}{9}$

6. 已知随机变量 $X \sim B(n, p)$, 且 $E(X) = 2.4$, $D(X) = 1.44$, 则参数 n, p 为

A. $n = 4, p = 0.6$

B. $n = 6, p = 0.4$

C. $n = 8, p = 0.3$

D. $n = 8, p = 0.1$

7. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(\mu, 1)$ 的一个简单随机样本, \bar{X}, S^2 分别为样本均值与样本方差, 则

A. $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n-1)$

B. $\bar{X} \sim N(0, 1)$

C. $\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \sim \chi^2(n-1)$

D. $\frac{\bar{X}}{\frac{S}{\sqrt{n-1}}} \sim t(n-1)$

8. 设 $\chi_1^2 \sim \chi^2(n_1), \chi_2^2 \sim \chi^2(n_2), \chi_1^2, \chi_2^2$ 独立, 则 $\chi_1^2 + \chi_2^2 \sim$

A. $\chi_1^2 + \chi_2^2 \sim \chi^2(n)$

B. $\chi_1^2 + \chi_2^2 \sim \chi^2(n-1)$

C. $\chi_1^2 + \chi_2^2 \sim t(n)$

D. $\chi_1^2 + \chi_2^2 \sim \chi^2(n_1 + n_2)$

9. X_1, X_2, X_3 是取自正态总体 $X \sim N(\mu, 1)$ 的样本, 则下列选项中哪一个是总体均值 μ 的无偏且有效估计量?

A. $T_1 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + \frac{1}{2}X_3$

B. $T_2 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{2}X_2 + \frac{1}{4}X_3$

C. $T_3 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$

D. $T_4 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{4}X_3$

10. 假设检验时, 当样本容量一定, 若缩小犯第一类错误的概率, 则犯第二类错误的概率

A. 变小

B. 变大

C. 不变

D. 不确定

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题(本大题共 15 小题,每小题 2 分,共 30 分)

11. 从 1,2,3,4,5 中任取 3 个数字,则这 3 个数字中不含 1 的概率为 _____.
12. 设 $P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(B|\bar{A})=0.8$, 则 A, B 至少发生一个的概率为 _____.
13. 设 A, B 为随机事件, $P(A \cup B)=0.8, P(B)=0.4$, 则 $P(A|\bar{B})=$ _____.
14. 从发芽率为 0.9 的一批种子中,随机地取 100 粒,用 ξ 表示 100 粒中不发芽的种子粒数,则 $\xi \sim$ _____.
15. 设随机变量 X 的分布律

X	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$

记 X 的分布函数为 $F(x)$, 则 $F(2)=$ _____.

16. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 而 $F(x)=\begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^3, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$, 则 $E(X)=$ _____.
17. 设随机变量 X 服从某一区间 $[a, b]$ 上的均匀分布, 且 $E(X)=3, D(X)=\frac{1}{3}$, 则 $a=$ _____, $b=$ _____.
18. 设在三次独立实验中事件 A 出现的概率相等. 若已知 A 至少出现一次的概率等于 $\frac{19}{27}$, 则 A 在一次实验中出现的概率为 _____.
19. 已知随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布, 则 $E(X^2)=$ _____.
20. 设 $X \sim N(3, 2^2)$, 且 $\Phi(1)=0.8413, \Phi(0.5)=0.6915$, 则 $P(2 < X \leq 5)=$ _____.
21. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim N(-3, 1), Y \sim N(2, 1)$, 则 $P(X+Y \leq -1)=$ _____.
22. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布律为

$X \backslash Y$	-1	2	3
-1	$\frac{1}{3}$	$\frac{a}{6}$	$\frac{1}{4}$
1	0	$\frac{1}{4}$	a^2

则常数 $a=$ _____.

23. 设随机变量 X 的数学期望 $E(X) = 7$, 方差 $D(X) = 5$, 用切比雪夫不等式估计得 $P\{2 < X < 12\} \geq$ _____.

24. 设 $X \sim N(\mu, 1)$, 容量 $n = 16$, 均值 $\bar{x} = 5.2$, 则未知参数 μ 的置信度 0.95 的置信区间为 _____.(已知 $u_{0.025} = 1.96$)

25. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 未知, x_1, x_2, \dots, x_n 为其样本. 若假设检验问题为 $H_0: \sigma^2 = 1, H_1: \sigma^2 \neq 1$, 则采用的检验统计量应为 _____.

三、计算题(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

26. 某电脑公司组装的电脑所用的显示屏是由 3 家工厂提供的(数据见表), 现从待出厂的电脑中任抽一台检验发现是次品(设为事件 A), 原因是显示屏有问题.

(1) 求 $P(A)$;

(2) 有问题的显示屏由哪家厂提供的可能性最大?

显示屏制造厂	提供份额	次品率
1	0.15	0.03
2	0.60	0.01
3	0.25	0.02

27. 二维随机变量 (X, Y) 的联合分布律如下:

		Y	
		-1	1
X	-1	0.25	0.5
	1	0	0.25

求 $E(X), E(Y), D(X), D(Y), Cov(X, Y), \rho_{XY}$.

四、综合题(本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

28. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为: $f(x, y) = \begin{cases} cxy & (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1), \\ 0 & \text{(其他)}. \end{cases}$

试求(1)系数 c ; (2) X 和 Y 各自的边缘密度函数; (3) X 与 Y 相互独立吗? 为什么?

29. 设随机变量 X, Y 的取值是相互独立的, 它们都服从区间 $[1, 3]$ 上的均匀分布. 设事件

$A = "X \leq a"$, 事件 $B = "Y > a"$, 如果已知 $P(A \cup B) = \frac{7}{9}$, 求常数 a .

五、应用题(本大题 10 分)

30. 用一种简易测温装置测量铁水温度 6 次, 得如下数据: $\bar{x} = \frac{1}{6} \sum x_i = 1314$,

$s = \sqrt{\frac{1}{5} \sum (x_i - \bar{x})^2} = 3.5214$, 假设铁水的温度服从正态分布. 若铁水的实际温度为 1310°C , 问该简易测温装置是否有正常工作? ($\alpha = 0.02$, 已知 $t_{0.01}(5) = 3.3649$, $t_{0.01}(6) = 3.1427$).