

**中国十大品牌教育集团 中国十佳网络教育机构**

- |  |   |
|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> 上市公司 实力雄厚 品牌保证         | <input checked="" type="checkbox"/> 权威师资阵容 强大教学团队         |
| <input checked="" type="checkbox"/> 历次学员极高考通过率 辅导效果有保证     | <input checked="" type="checkbox"/> 辅导紧跟命题 考点一网打尽         |
| <input checked="" type="checkbox"/> 辅导名师亲自编写习题与模拟试题 直击考试精髓 | <input checked="" type="checkbox"/> 专家 24 小时在线答疑 疑难问题迎刃而解 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 资讯、辅导、资料、答疑 全程一站式服务    | <input checked="" type="checkbox"/> 随报随学 反复听课 足不出户尽享优质服务  |

开设班次: (请点击相应班次查看班次介绍)

基础班	串讲班	精品班	套餐班	实验班	习题班	高等数学预备班	英语零起点班
-----	-----	-----	-----	-----	-----	---------	--------

网校推荐课程:

思想道德修养与法律基础	马克思主义基本原理概论	大学语文	中国近现代史纲要
经济法概论(财经类)	英语(一)	英语(二)	线性代数(经管类)
高等数学(工专)	高等数学(一)	线性代数	政治经济学(财经类)
概率论与数理统计(经管类)	计算机应用基础	毛泽东思想、邓小平理论和“三个代表”重要思想概论	

[更多辅导专业及课程>>](#)

[课程试听>>](#)

[我要报名>>](#)

**全国 2010 年 4 月高等教育自学考试  
复变函数与积分变换试题  
课程代码: 02199**

**一、单项选择题(本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)**

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的, 请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1.  $\arg(-1 + \sqrt{3}i) = (\quad)$

A.  $-\frac{\pi}{3}$

B.  $\frac{\pi}{3}$

C.  $\frac{2}{3}\pi$

D.  $\frac{2}{3}\pi + 2n\pi$

2.  $w=|z|^2$  在  $z=0$  ( $\quad$ )

A. 不连续

B. 可导

C. 不可导

D. 解析

3. 设  $z=x+iy$ , 则下列函数为解析函数的是 ( $\quad$ )

A.  $f(z) = x^2 - y^2 + i2xy$

B.  $f(z) = x - iy$

C.  $f(z) = x + i2y$

D.  $f(z) = 2x + iy$

4. 设  $C$  为由  $z=-1$  到  $z=1$  的上半圆周  $|z|=1$ , 则  $\int_C |z| dz = (\quad)$

A.  $2\pi i$

B. 0

C. 1

D. 2

5. 设  $C$  为正向圆周  $|z|=1$ , 则  $\oint_C \frac{dz}{z(z-2)} = ( \quad )$

A.  $-\pi i$

B. 0

C.  $\pi i$

D.  $2\pi i$

6. 设  $C$  为正向圆周  $|z|=2$ , 则  $\oint_C \frac{e^{iz}}{z(z-i)^3} dz = ( \quad )$

A. 0

B.  $e^{-1}$

C.  $2\pi i$

D.  $-\pi e^{-1}i$

7.  $z=0$  是  $\frac{\sin z}{z^3}$  的极点, 其阶数为  $( \quad )$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

8. 以  $z=0$  为本性奇点的函数是  $( \quad )$

A.  $\frac{\sin z}{z}$

B.  $\frac{1}{z(z-1)^2}$

C.  $e^z$

D.  $\frac{1}{e^z - 1}$

9. 设  $f(z)$  的罗朗展开式为  $-\frac{2}{(z-1)^2} - \frac{1}{z-1} + (z-1) + 2(z-1)^2 + \dots + n(z-1)^n + \dots$  则  $\text{Res}[f(z), 1] = ( \quad )$

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

10. 设  $z=a$  为解析函数  $f(z)$  的  $m$  阶零点, 则函数  $\frac{f'(z)}{f(z)}$  在  $z=a$  的留数为  $( \quad )$

A.  $-m$

B.  $-m+1$

C.  $m-1$

D.  $m$

**二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分) 请在每小空的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。**

11.  $|z-i|=|z-1|$  的图形是 \_\_\_\_\_.

12. 设  $z=i^i$ , 则  $\text{Im } z =$  \_\_\_\_\_.

13. 设  $C$  为由点  $z=-1-i$  到点  $z=1+i$  的直线段, 则  $\int_C z^3 dz =$  \_\_\_\_\_.

14. 设  $C$  是顶点为  $z=\pm\frac{1}{2}, z=\pm\frac{6}{5}i$  的菱形的正向边界, 则  $\oint_C \frac{e^z}{z-i} dz =$  \_\_\_\_\_.

15. 设  $C$  为正向圆周  $|z|=1$ , 则  $\oint_C \bar{z} \cos z dz =$  \_\_\_\_\_.

16. 函数  $\frac{1}{z-2}$  在点  $z=4$  的泰勒级数的收敛半径为 \_\_\_\_\_.

### 三、计算题 (本大题共 8 小题, 共 52 分)

17. 设  $z=x+iy$ , 求复数  $\frac{z-1}{z+1}$  的实部与虚部. (6 分)

18. 求复数  $i^8-4i^{25}+i$  的模. (6 分)

19. 求  $f(z) = (z-1)^2 e^z$  在  $z=1$  的泰勒展开式. (6 分)

20. 求  $f(z) = \frac{2}{(z-1)(z-2)}$  在圆环域  $1<|z|<2$  内的罗朗展开式. (6 分)

21. 求解方程  $\cos z=2$ . (7 分)

22. 设  $z=x+iy$ , 试证  $v(x,y) = x^2+2xy-y^2$  为调和函数, 并求解析函数  $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ . (7 分)

23. 设  $C$  为正向圆周  $|z-2|=1$ , 求  $\oint_C \frac{e^z}{z(z-2)^2} dz$ . (7 分)

24. 设  $C$  为正向圆周  $|z|=1$ , 求  $\oint_C \sin \frac{1}{z} dz$ . (7 分)

### 四、综合题 (下列 3 个小题中, 第 25 题必做, 第 26、27 题中只选做一题。每小题 8 分, 共 16 分)

25. (1) 指出  $f(z) = \frac{z^2}{(z^2+1)(z^2+4)}$  在上半平面内的所有奇点及类型;

(2) 计算  $f(z)$  在以上奇点的留数;

(3) 利用以上结果计算实积分  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$ .

26. 设  $D$  为  $Z$  平面上的扇形区域  $0 < \arg z < \frac{\pi}{3}$ . 试求下列保角映射:

(1)  $w_1=f_1(z)$  把  $D$  映射为  $W_1$  平面的上半平面  $\text{Im } w_1 > 0$ ;

(2)  $w=f_2(w_1)$  把  $\text{Im } w_1 > 0$  映射为  $W$  平面上的单位圆盘  $|w| < 1$ , 并且满足  $f_2(2i) = 0$ ;

(3)  $w=f(z)$  把  $Z$  平面上的区域  $D$  映射为  $W$  平面上的单位圆盘  $|w| < 1$ .

27. 用拉普拉斯变换解方程  $y(t) = \sin t - 2 \int_0^t y(\tau) \cos(t-\tau) d\tau$