

**中国十大品牌教育集团 中国十佳网络教育机构**

- |  |   |
|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> 上市公司 实力雄厚 品牌保证         | <input checked="" type="checkbox"/> 权威师资阵容 强大教学团队         |
| <input checked="" type="checkbox"/> 历次学员极高考通过率 辅导效果有保证     | <input checked="" type="checkbox"/> 辅导紧跟命题 考点一网打尽         |
| <input checked="" type="checkbox"/> 辅导名师亲自编写习题与模拟试题 直击考试精髓 | <input checked="" type="checkbox"/> 专家 24 小时在线答疑 疑难问题迎刃而解 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 资讯、辅导、资料、答疑 全程一站式服务    | <input checked="" type="checkbox"/> 随报随学 反复听课 足不出户尽享优质服务  |

开设班次: (请点击相应班次查看班次介绍)

基础班	串讲班	精品班	套餐班	实验班	习题班	高等数学预备班	英语零起点班
-----	-----	-----	-----	-----	-----	---------	--------

网校推荐课程:

思想道德修养与法律基础	马克思主义基本原理概论	大学语文	中国近现代史纲要
经济法概论(财经类)	英语(一)	英语(二)	线性代数(经管类)
高等数学(工专)	高等数学(一)	线性代数	政治经济学(财经类)
概率论与数理统计(经管类)	计算机应用基础	毛泽东思想、邓小平理论和“三个代表”重要思想概论	

[更多辅导专业及课程>>](#)

[课程试听>>](#)

[我要报名>>](#)

## 浙江省 2010 年 4 月高等教育自学考试 常微分方程试题 课程代码: 10002

本试卷分 A、B 卷, 使用 1983 年版本教材的考生请做 A 卷, 使用 2006 年版本教材的考生请做 B 卷; 若 A、B 两卷都做的, 以 B 卷记分。

### A 卷

一、填空题(本大题共 11 小题, 每空 3 分, 共 36 分)请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

- 方程  $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$  有只含  $x$  的积分因子的充要条件是\_\_\_\_, 有只含  $y$  的积分因子的充要条件是\_\_\_\_\_.
- 方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}y^2$  通过点(6,-1)的解的存在区间为\_\_\_\_\_.
- 如果存在常数  $L > 0$ , 使得不等式\_\_\_\_\_对于所有  $(x,y_1), (x,y_2) \in R$  都成立, 则函数  $f(x,y)$  称为在  $R$  上关于  $y$  满足利普希兹条件.
- 方程  $y'' - x^2y' + 3y = 0$  的解空间构成\_\_\_\_\_.
- 若  $x_i(t) (i=1,2,\dots,n)$  为齐线性方程的一个基本解组,  $\bar{x}(t)$  为对应的非齐线性方程的一个特解, 则非齐线性方程的所有解可表为\_\_\_\_\_.
- 方程  $\frac{dy}{dx} = x \tan y$  的所有常数解是\_\_\_\_\_.
- 方程  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$  的基本解组是\_\_\_\_\_.
- $n$  阶非齐线性方程最多存在\_\_\_\_\_个线性无关的解.

9.  $A$  是一个  $n \times n$  常数矩阵, 矩阵  $(\exp At)'$  = \_\_\_\_\_.

10. 若矩阵  $A$  具有  $n$  个线性无关的特征向量  $v_1, v_2, \dots, v_n$ , 它们对应的特征值分别为  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , 那么矩阵  $\Phi(t)$  = \_\_\_\_\_ 是常系数线性方程组  $x' = Ax$  的一个基解矩阵.

11. 方程组  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = X(x, y) \\ \frac{dy}{dt} = Y(x, y) \end{cases}$  满足 \_\_\_\_\_ 的点  $(x^*, y^*)$  称为此方程组的奇点.

## 二、计算题 (本大题共 7 小题, 每小题 8 分, 共 56 分)

1. 解方程:  $\frac{y}{x} dx + (y^3 + \ln x) dy = 0$ .

2. 解方程:  $(2x+2y-1)dx + (x+y-2)dy = 0$ .

3. 求解常系数线性方程:  $x'' - 2x' + 3x = e^{-t} \cos t$ .

4. 求方程  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = e^{-xy}$  的通解.

5. 试求方程组  $x' = Ax$  的一个基解矩阵, 并计算  $\exp At$ , 其中

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

6. 求  $\frac{dx}{dt} = -x - y + 1$ ,  $\frac{dy}{dt} = x - y - 5$  的奇点, 并判断奇点的类型及稳定性.

7. 判断方程组  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2x + y - z + x^2 \sin x, \\ \frac{dy}{dt} = x - y - (x^3 y + z^3) \cos x, \\ \frac{dz}{dt} = x + y - z - (y^3 + z^2) \cos x \end{cases}$  的零解的稳定性.

## 三、证明题 (本大题 8 分)

假设  $m$  不是矩阵  $A$  的特征值, 试证非齐线性方程组

$$x' = Ax + ce^{mt}$$

有一解形如

$$\varphi(t) = pe^{mt}$$

其中  $c, p$  是常数向量.

## B 卷

一、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分) 请在每小题的空格中填上正确答案. 错填、不填均无分.

1. 方程  $\frac{dy}{dx} + \cos y + 2x = 0$  是一阶 \_\_\_\_\_ 方程.

2. 方程  $\frac{dy}{dx} = 2x$  的通解为 \_\_\_\_\_.

3. 方程  $\frac{dy}{dx} = g\left(\frac{y}{x}\right)$  称为 \_\_\_\_\_ 微分方程, 其中  $g(u)$  是  $u$  的连续函数.

4. 若函数  $f(x,y)$  以及  $\frac{\partial f}{\partial y}$  都在区域  $G$  内连续, 则方程  $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$  的解  $y = \varphi(x, x_0, y_0)$  作为  $x, x_0, y_0$  的函数在它的存在范围内是 \_\_\_\_\_.

5. 初值问题  $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x^2 - y^2 \\ y(-1) = 0 \end{cases}$  的第一次近似解为 \_\_\_\_\_.

6.  $n$  阶齐次线性微分方程的  $n$  个解构成的朗斯基行列式或者 \_\_\_\_\_, 或者在方程的系数为连续的区间内处处不等于零.

7.  $n$  阶齐次线性微分方程的一组  $n$  个线性无关解称为方程的一个 \_\_\_\_\_.

8. 方程  $x'' = \frac{1}{2x'}$  的解为 \_\_\_\_\_.

9. 如果  $T$  是非奇异矩阵, 则  $\exp(T^{-1}AT) =$  \_\_\_\_\_.

10.  $n$  次多项式  $p(\lambda) = \det(\lambda E - A)$  称为  $A$  的 \_\_\_\_\_, 其中  $E, A$  是  $n \times n$  矩阵.

11. 函数  $V(x,y) = x^2 - 2xy^2$  的定号性是 \_\_\_\_\_.

12. 方程组  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - \frac{3}{4}y, \\ \frac{dy}{dt} = 7x - 4y, \end{cases}$  的唯一奇点  $(0,0)$  的类型是 \_\_\_\_\_.

## 二、计算题(本大题共 8 小题, 每小题 6 分, 共 48 分)

13. 求解方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y+1}{x+y-3}$ .

14. 求解方程  $(x+2y)dx + xdy = 0$ .

15. 求解方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{2x \sin y + 3x^2 y}{y^2 + x^2 \cos y + x^3}$ .

16. 求解方程  $x^2 + (y')^2 = 1$ .

17. 求方程  $x^{(4)} - 2x'' + x = t^2 - 3$  的通解.

18. 求方程  $y'' - y = \frac{2e^x}{e^x - 1}$  的通解.

19. 求方程组  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 5y \\ \frac{dy}{dt} = -5x + 3y \end{cases}$  的一个基解矩阵.

20. 用李雅普诺夫函数讨论方程组  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha x + y \\ \frac{dy}{dt} = -x + \alpha y \end{cases}$  零解的稳定性, 其中  $\alpha$  为参数.

## 三、证明题(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

21. 设  $K$  为非负常数,  $f(t)$  和  $g(t)$  为在区间  $a \leq t \leq \beta$  上的连续非负函数, 且满足不等式

$$f(t) \leq K + \left( \int_a^t f(s)g(s)ds, a \leq t \leq \beta, \right.$$

则有  $f(t) \leq K \exp \int_a^t g(s)ds, a \leq t \leq \beta.$

22. 证明: 对于微分方程  $x'' + p(t)x' + q(t)x = 0$ , 其中  $p(t), q(t)$  为连续函数, 若存在常数  $m$  使得  $m^2 + mp(t) + q(t) \equiv 0$ , 则方程有解  $x = e^{mt}$ .