

- A. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$ (C 是任意常数) B. $\frac{2^x}{\ln 2}$
- C. $2^x \ln 2 + C$ (C 是任意常数) D. $2^x \ln 2$
5. 设二元函数 $f(x, y) = \frac{\sin xy}{y}$, 则 $f'_y(0, 3) = (\quad)$
- A. 0 B. 1
- C. 2 D. 3

二、填空题(本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

6. 函数 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-x^2}}$ 的定义域是_____.
7. 函数 $f(x) = \ln(x^2-2x+1)$ 的间断点的个数为_____.
8. 设函数 $y = x \sin x^2$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.
9. 函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$ 的单调减少区间是_____.
10. 某厂生产某种产品 x 个单位时的总成本函数为 $C(x) = 100 + x + x^2$, 则在 $x=10$ 时的边际成本为_____.
11. 曲线 $y = (x-2)^{\frac{5}{3}}$ 的拐点是_____.
12. 不定积分 $\int \frac{x}{4-x^2} dx =$ _____.
13. 已知 $\int_{-a}^a x^4 dx = \frac{64}{5}$, 则 $a =$ _____.
14. 设函数 $f(x) = \int_0^{2x} \cos t^2 dt$, 则 $f'(2) =$ _____.
15. 设二元函数 $z = \sin xy$, 则全微分 $dz =$ _____.

三、计算题(一)(本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

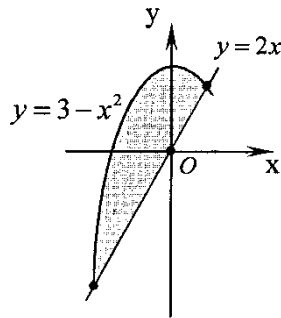
16. 试确定常数 a 的值, 使得函数 $f(x) = \begin{cases} (1+ax)^{\frac{2}{x}}, & x \neq 0 \\ e, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续.
17. 求曲线 $y = e^x + x \cos 3x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程.
18. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{e^{2x} - 2x - 1}$.
19. 求微分方程 $y \frac{dy}{dx} = -x$ 满足初始条件 $y|_{x=1} = 4$ 的特解.

20. 设 $I_1 = \int_0^1 e^x dx$, $I_2 = \int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$, , 试比较 I_1 与 I_2 的大小.

四、计算题(二)(本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

21. 设函数 $f(x) = x \arcsin 2x$, 求二阶导数 $f''(0)$.

22. 求曲线 $y = 3 - x^2$ 与直线 $y = 2x$ 所围区域的面积 A .



题 22 图

23. 计算二重积分 $I = \iint_D (x+y) dx dy$, 其中积分区域 D 是由曲线 $x^2 + y^2 = 1$ 与 x 轴所围的下半圆.

五、应用题 (本题 9 分)

24. 设某厂某产品的需求函数为 $Q = 116 - 2P$, 其中 P (万元) 为每吨产品的销售价格, Q (吨) 为需求量. 若生产该产品的固定成本为 100 (万元), 且每多生产一吨产品, 成本增加 2 (万元). 在产销平衡的情况下

- (1) 求收益 R 与销售价格 P 的函数关系 $R(P)$;
- (2) 求成本 C 与销售价格 P 的函数关系 $C(P)$;
- (3) 试问如何定价, 才能使工厂获得的利润最大? 最大利润是多少?

六、证明题 (本题 5 分)

25. 设函数 $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, 证明 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{2}{u}$.