

6. 设随机变量 X 的分布律是, 其分布函数为 $F(x)$, 则 $F(3)=$ ()
- A. 0 B. 0.3
C. 0.8 D. 1
7. 设随机变量 X, Y 的方差分别是: $D(X) = 25, D(Y) = 36$, 相关系数 $\rho_{XY} = 0.4$, 则 $D(X-Y)=$ ()
- A. 85 B. 61
C. 37 D. 24
8. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, 4^2)$, 随机变量 Y 服从正态分布 $N(\mu, 5^2)$, 设 $P_1 = P\{X \leq \mu - 4\}, P_2 = P\{Y \geq \mu + 5\}$, 则 ()
- A. $P_1 < P_2$ B. $P_1 > P_2$
C. $P_1 = P_2$ D. 不能确定 P_1, P_2 的大小
9. 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且都服从参数为 λ 的泊松分布, 则 $X+Y$ 与 $2X$ 的关系是 ()
- A. 有相同的分布 B. 有相同的数学期望
C. 有相同的方差 D. 以上均不成立
10. 设总体 X 服从正态分布 $N(0, 2^2)$, 而 x_1, x_2, \dots, x_6 是来自总体 X 的简单随机样本, 则随机变量 $Y = \frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2}{2(x_5^2 + x_6^2)}$ 服从 ()
- A. $\chi^2(6)$ B. $t(6)$
C. $F(4, 2)$ D. $F(2, 4)$

二、填空题(本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分)

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

11. 设 $P(A) = 0.3, P(\bar{A}B) = 0.2$, 则 $P(AB) =$ _____.
12. 设三次独立试验中, 事件 A 出现的概率相等, 若已知 A 至少出现一次的概率等于 $\frac{19}{27}$, 则事件 A 在一次试验中出现的概率是 _____.
13. 设随机变量 X 服从二项分布 $B(3, p)$, 若 $E(X) = 1.2$, 则 $p =$ _____.
14. 设随机变量 X 在 $[0, 4]$ 上服从均匀分布, 则 $P\{X < 2\} =$ _____.
15. 已知一元线性回归方程为 $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + 2x$, 且 $\bar{x} = 1, \bar{y} = 3$, 则 $\hat{\beta}_0 =$ _____.
16. 设随机变量 X 的分布律是, 则 $D(X)$
- | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|----------|
| X | -1 | 0 | 1 | 2 | = _____. |
| P | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | |
17. 设随机变量 X 在区间 $(0, a)$ ($a > 0$) 上服从均匀分布, 若 $D(X) = 3$, 则 $a =$ _____.

18. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(0, 1)$, $\Phi(x)$ 为其分布函数, 已知 $P\{X < -1\} = 0.1587$, 则 $\Phi(1) =$ _____.

19. 某电子元件寿命 X (小时) 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1000} e^{-\frac{x}{1000}}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$ 则这种电子元件能使用 2000 小时以上的概率是 _____.

20. 甲、乙两人独立地对同一目标射击一次, 其命中率分别为 0.6 和 0.5, 现已知目标被命中, 则它被甲射中的概率是 _____.

21. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} k(6 - x - y), & 0 < x < 2, 2 < y < 4, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则

$k =$ _____.

22. 设 x_1, x_2, \dots, x_6 是取自正态总体 $N(1, 3^2)$ 的简单随机样本, 则 $\sum_{i=1}^6 \left(\frac{x_i - 1}{3}\right)^2$ 服从 _____ 分布. (写出参数)

23. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 随机变量 $Y = 2X + 1$, 则 $E(Y) =$ _____.

24. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} xe^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$

则 $\rho_{XY} =$ _____.

25. 设 m 是 n 次独立重复试验中事件 A 发生的次数, p 是每次试验中事件 A 发生的概率, 则对任意 $\varepsilon > 0$, 有

$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\left|\frac{m}{n} - p\right| < \varepsilon\right\} =$ _____.

三、计算题(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

26. 从 0, 1, 2, ..., 9 共十个数字中任意选出三个不同的数字, 求下列事件的概率:

$A_1 = \{\text{三个数字中不含 0 和 5}\}$; $A_2 = \{\text{三个数字组成的三位数可以被 5 整除}\}$ (百位上的数字不能取 0).

27. 从总体 X 中抽取样本 x_1, x_2, x_3 , 若统计量 $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{2}x_1 + ax_2 + \frac{1}{6}x_3$ 是总体均值 μ 的无偏估计,

(1) 求 a 的值;

(2) 请比较说明估计量 $\hat{\mu}_1$ 与估计量 $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)$ 哪个更有效?

四、综合题(本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

28. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^3}{8}, & 0 \leq x < 2, \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$$

求:(1) $P\{X < 1\}$; (2) 随机变量 X 的概率密度函数; (3) $E(X)$, $D(X)$.

29. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

	Y	0	1	2
X				
0		$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
1		$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	0
2		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$

(1) 求概率 $P\{X+Y < 4\}$;

(2) 求随机变量 X, Y 的边缘分布;

(3) 判断 X, Y 是否相互独立, 请说明理由.

五、应用题 (本大题 10 分)

30. 设某次考试的考生成绩服从正态分布, 从中随机地抽取 36 位考生的成绩, 算得平均成绩是 66.5 分, 标准差是 15 分. 问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下, 是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为 70 分? (附: $t_{\alpha/2}(35)=2.030$)