

全国 2011 年 10 月高等教育自学考试
高等数学（工本）试题
课程代码：00023

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 已知函数 $f(x-y, x+y) = x^2 - y^2$, $z = f(x, y)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = (\quad)$

A. $2x-2y$

B. $2x+2y$

C. $x+y$

D. $x-y$

2. 设函数 $f(x, y) = x^3y$, 则点 $(0, 0)$ 是 $f(x, y)$ 的 (\quad)

A. 间断点

B. 驻点

C. 极小值点

D. 极大值点

3. 顶点坐标为 $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$ 的三角形面积可以表示为 (\quad)

A. $\int_0^x dy \int_0^y dx$

B. $\int_0^1 dx \int_1^x dy$

C. $\int_0^1 dx \int_x^1 dy$

D. $\int_0^1 dy \int_y^0 dx$

4. 微分方程 $(1+xy)dx - (1+x^2)dy = 0$ 是 (\quad)

A. 可分离变量的微分方程

B. 齐次微分方程

C. 一阶线性齐次微分方程

D. 一阶线性非齐次微分方程

5. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ 的和函数为 (\quad)

A. $e^x - 1$

B. e^x

C. $e^x + 1$

D. $e^x + 2$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

6. 设向量 $\alpha = \{-1, 1, -1\}$, $\beta = \{a, b, c\}$, 则 $\alpha \cdot \beta = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 已知函数 $z = e^{-\frac{1}{x}} \cos y^2$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1,0)} =$ _____.

8. 设 Σ 为上半球面 $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$, 则对面积的曲面积分 $\iint_{\Sigma} dS =$ _____.

9. 微分方程 $y'' + y' - 2y = e^{-x}$ 用待定系数法求特解 y^* 时, y^* 的形式应设为 _____.

10. 设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, 它在 $[-\pi, \pi)$ 上表达式为

$$f(x) = \begin{cases} -1 & , \quad -\pi \leq x \leq 0 \\ 1 & , \quad 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

$S(x)$ 是 $f(x)$ 傅里叶级数的和函数, 则 $S(-\pi) =$ _____.

三、计算题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分)

11. 设平面 $\pi: 2x - y + z = 1$ 和直线 $L: \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$, 求平面 π 与直线 L 的夹角 φ .

12. 设方程 $z - e^x + 3xy = 5$ 确定函数 $z = z(x, y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

13. 设函数 $z = \arctan \frac{x}{y}$, 求全微分 dz .

14. 求函数 $f(x, y) = e^{2x}(x^2 + 2y - x)$ 在点 $(\frac{1}{2}, 0)$ 处, 沿与 x 轴正向成 45° 角的方向 l 的方向
 导数 $\frac{\partial f}{\partial l}$.

15. 求曲面 $2x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 81$ 上平行于平面 $2x + 3y + 4z = 18$ 的切平面方程.

16. 计算二重积分 $I = \iint_D e^{x^2+y^2} dx dy$, 其中积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq 9$.

17. 计算三重积分 $I = \iiint_{\Omega} (x - y + 2z) dx dy dz$. 其中积分区域 $\Omega: |x| \leq 1, -1 \leq y \leq 0, 0 \leq z \leq 2$.

18. 计算对弧长的曲线积分 $\oint_L (x^2 + y^2 - 1) ds$. 其中 L 为圆周 $x^2 + y^2 = 3$.

19. 计算对坐标的曲线积分 $\int_L 3y dx - 2x dy$, 其中 L 是抛物线 $y = x^2$ 上从点 $(-1, 1)$ 到点 $(1,$

1) 的一段弧.

20. 求微分方程 $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{x-y}$ 的通解.

21. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sin \frac{2\pi}{n^2}$ 是否收敛, 如果收敛是条件收敛还是绝对收敛?

22. 已知无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 并且 $S_n = \sum_{k=1}^n u_k$

(1) 求 $S_{n+1} + S_{n-1} - 2S_n$;

(2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (S_{n+1} + S_{n-1} - 2S_n)$.

四、综合题 (本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

23. 用钢板做一个容积为 8cm^3 的长方体箱子, 试问其长、宽、高各为多少 cm 时, 可使所使用的钢板最省?

24. 验证在整个 xy 平面内 $(2xy + 3x^2 + 1)dx + (x^2 + 2y - 3)dy$ 是某个二元函数 $u(x, y)$ 的全微分, 并求这样的一个 $u(x, y)$.

25. 将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 2}$ 展开成 $x-1$ 的幂级数.