全国2012年4月高等教育自学考试

线性代数(经管类)试题

课程代码：04184

说明: 在本卷中,A^T表示矩阵A的转置矩阵，A^*表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，$|A|$表示方阵A的行列式，r(A)表示矩阵A的秩.

一、 单项选择题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1.设行列式$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$=2,则$\begin{vmatrix} -a_{11} & 2a_{12} & -3a_{13} \\ -a_{21} & 2a_{22} & -3a_{23} \\ -a_{31} & 2a_{32} & -3a_{33} \end{vmatrix}$=(　　)

A.-12　　B.-6　　C.6　　D.12

2.设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$,则$\boldsymbol{A}^*$中位于第1行第2列的元素是(　　)

A.-6　　B.-3　　C.3　　D.6

3.设$\boldsymbol{A}$为3阶矩阵，且$|\boldsymbol{A}|=3$，则$\left|(-A)^{-1}\right|$=(　　)

A.-3　　B.$-\frac{1}{3}$　　C.$\frac{1}{3}$　　D.3

4.已知4×3矩阵$\boldsymbol{A}$的列向量组线性无关，则$\boldsymbol{A}^T$的秩等于(　　)

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

5.设$\boldsymbol{A}$为3阶矩阵,$\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,则用$\boldsymbol{P}$左乘$\boldsymbol{A}$，相当于将$\boldsymbol{A}$(　　)

A.第1行的2倍加到第2行

B.第1列的2倍加到第2列

C.第2行的2倍加到第1行

D.第2列的2倍加到第1列

6.齐次线性方程组$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=0 \\ -x_2+x_3-x_4=0 \end{cases}$的基础解系所含解向量的个数为(　　)

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

7.设4阶矩阵$\boldsymbol{A}$的秩为3，η_1，η_2为非齐次线性方程组$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$的两个不同的解，$c$为任意常数，则该方程组的通解为(　　)

A.$\eta_1+c\frac{\eta_1-\eta_2}{2}$　　B.$\frac{\eta_1-\eta_2}{2}+c\eta_1$　　C.$\eta_1+c\frac{\eta_1+\eta_2}{2}$　　D.$\frac{\eta_1+\eta_2}{2}+c\eta_1$

8.设$\boldsymbol{A}$是n阶方阵，且$|5\boldsymbol{A}+3\boldsymbol{E}|=0$，则A必有一个特征值为(　　)

A.$-\frac{5}{3}$　　B.$-\frac{3}{5}$　　C.$\frac{3}{5}$　　D.$\frac{5}{3}$

9.若矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与对角矩阵 $\boldsymbol{D}=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&-1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ 相似，则 $\boldsymbol{A}^3$=(　　)

A.$\boldsymbol{E}$　　B.$\boldsymbol{D}$　　C.$\boldsymbol{A}$　　D.$-\boldsymbol{E}$

10.二次型 $f\ (x_1,x_2,x_3)=3x_1^2+2x_2^2-x_3^2$ 是(　　)

A.正定的　　B.负定的　　C.半正定的　　D.不定的

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

11.行列式 $\begin{vmatrix}1&1&1\\2&4&6\\4&16&36\end{vmatrix}$=____________.

12.设 3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩为 2，矩阵 $\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{Q}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$，若矩阵 $\boldsymbol{B=QAP}$，

则 $\mathbf{r}(\boldsymbol{B})$=____________.

13.设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&-4\\-1&4\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}4&8\\1&2\end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{AB}$=____________.

14.向量组 $\alpha_1=(1,1,1,1),\alpha_2=(1,2,3,4),\alpha_3=(0,1,2,3)$ 的秩为____________.

15.设 η_1,η_2 是 5 元齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\mathbf{0}$ 的基础解系，则 $\mathbf{r}(\boldsymbol{A})$=____________.

16.非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的增广矩阵经初等行变换化为 $\left(\begin{array}{cccc:c}1&0&0&0&2\\0&1&0&0&2\\0&0&1&2&-2\end{array}\right)$，

则方程组的通解是________________________.

17.设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶矩阵，若 $\boldsymbol{A}$ 的三个特征值分别为 1，2，3，则$|\boldsymbol{A}|$=____________.

18.设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶矩阵，且$|\boldsymbol{A}|$=6，若 $\boldsymbol{A}$ 的一个特征值为 2，则 $\boldsymbol{A}^*$必有一个特征值为________.

19.二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-x_2^2+3x_3^2$ 的正惯性指数为________.

20.二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-2x_2^2-2x_3^2+4x_2x_3$ 经正交变换可化为标准形____________.

三、计算题（本大题共 6 小题，每小题 9 分，共 54 分）

21.计算行列式 $\boldsymbol{D}=\begin{vmatrix}3&5&-1&2\\-4&5&3&-3\\1&2&0&1\\2&0&-3&4\end{vmatrix}$

22.设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&-3&0\\2&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}$，矩阵 $\boldsymbol{X}$ 满足关系式 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{X}=\boldsymbol{XA}$,求 $\boldsymbol{X}$.

23.设 α, β, γ_2, γ_3, γ_4 均为4维列向量，$\boldsymbol{A}$=（α, γ_2, γ_3, γ_4）和 $\boldsymbol{B}$=（β, γ_2, γ_3, γ_4）为4阶方阵.若行列式 $|\boldsymbol{A}|=4$，$|\boldsymbol{B}|=1$，求行列式 $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}|$ 的值.

24.已知向量组 $\alpha_1=(1,2,-1,1)^T,\alpha_2=(2,0,t,0)^T,\alpha_3=(0,-4,5,-2)^T,\alpha_4=(3,-2,t+4,-1)^T$（其中 t 为参数），求向量组的秩和一个极大无关组.

25.求线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2+2x_3+x_4=3\\x_1+2x_2+x_3-x_4=2\\2x_1+x_2+5x_3+4x_4=7\end{cases}$ 的通解..

（要求用它的一个特解和导出组的基础解系表示）

26.已知向量 $\alpha_1=(1,1,1)^T$，求向量 α_2, α_3,使 α_1, α_2, α_3 两两正交.

四、证明题（本题6分）

27.设 $\boldsymbol{A}$ 为 $m\times n$ 实矩阵，$\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{A}$ 为正定矩阵.证明：线性方程组 $\boldsymbol{A}x=\boldsymbol{0}$ 只有零解.