绝密 ★ 考试结束前

浙江省2012年10月高等教育自学考试

实变函数与泛函分析初步试题

课程代码：10023

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题(本大题共4小题，每小题4分，共16分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的。错选、多选或未选均无分。

1．设 $E=\{(x,y,0)|x^2+y^2<1\}$,从 R_3 来看,下列叙述正确的是

A. E是开集　　B. E是闭集

C.　E中的点是内点　　D.　E中的点是界点

2．设 I=［0,1］,P是I中Cantor三分集，$f(x)=\begin{cases}1 & x\in P\\ -1 & x\in I\setminus P\end{cases}$，则 $\int_I f(x)dx=$

A.　1　　B.　0

C. －1　　D. 2

3．设 f(x)在点集 $E\subset R^n$ 单调递增，E_1 是 f(x)在点集E中可导的点的全体,则有

A. $mE_1<mE$　　B. $mE_1=mE$

C. $mE_1>mE$　　D. $mE_1\leqslant mE$

4．设 $A_n(n=1,2,\ldots)$是一列单调递增集合,$F=\bigcup\limits_{n=1}^{\infty}A_n$，$G=\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}A_n$，下列关系式正确的是

A. $\overline{\overline{G}}<\overline{\overline{F}}$　　B. $\overline{\overline{G}}=\overline{\overline{F}}$

C. $\overline{\overline{G}} > \overline{\overline{F}}$　　　　D. $\overline{\overline{G}} \neq \overline{\overline{F}}$

二、判断题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

判断下列各题，在答题纸相应位置正确的涂“A”，错误的涂“B”。

5.致密集一定不含孤立点.

6．Cantor 三分集中一定含有孤立点.

7.可数个零测度集的和集是零测度集.

8.$y=f(x)$在 $E\subset R^n$ 上 L 可积,则 $y=f(x)$在 E 上 R 可积.

9．有界变差函数一定是连续函数.

10．$y=f(x)$在［a,b］满足 Lipschitz 条件，则 $f(x)$在［a,b］上绝对连续.

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

三、填空题(本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分)

11．集合 $A_n(n=1,2,\ldots)$是集合 S 的子集,则 $C_S(\bigcap_{n=1}^{\infty}A_n)=$______.

12．设 $A_{2n-1}=[0,2-\frac{1}{2n-1}]$，$A_{2n}=[0,1+\frac{1}{2n}]$,n=1,2,…，则 $\overline{\lim_{n\to\infty}}A_n=$______.

13．$y=f(x)$在 $E\subset R^n$ 可积，则 $mE[|f|=\infty]=$______.

14．设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x} & x\neq 0\\ 1 & x=0\end{cases}$，则 $\forall x\in R$,f(x)在 x 的振幅 $\omega(x,f)=$______.

15．$y=f(x)$在 $E\subset R^n$ 有定义，$f^{+}(x)$与 $f^{-}(x)$分别是 f(x)的正部与负部,则 $f^{+}(x)+f^{-}(x)=$______.

16．设 f(x)是 $E\subset R^n$ 上实函数，则对任意实数 a，$\bigcap_{n=1}^{\infty}E[f>a-\frac{1}{n}]=$______.

17．设 E 是函数 $f(x)=\begin{cases}\sin\dfrac{1}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ 的图象上的点构成的集合，从 R_2 来看，边界 $\partial E=$______.

18．设 $F_n=[\frac{1}{n},1-\frac{1}{n}]$,n=3,4,…,则 $\bigcap_{n=1}^{\infty}F_n=$______.

19．设 $E=(0,\infty)$,$f_n(x)=\begin{cases}1 & x\in(0,n]\\ 0 & x\in(n,\infty)\end{cases}$，则当 $0<\sigma<1$ 时，$E[|f_n|\geq\sigma]=$______.

20．设 I_1,I_2 分别是 R^p,R^q 的区间，$E=I_1\times I_2$，当 $x\notin I_1$，则截面测度 mE_x=______.

四、完成下列各题（本大题共 3 小题，第 21 与第 22 小题各 8 分，第 23 小题 10 分，共 26 分）

21.设 $E\subseteq R^1$，f(x)是 E 上 a.e 有限的可测函数，证明存在 R^1 上一列连续函数 $\{g_n(x)\}$ 使得 $\lim\limits_{n\to\infty} g_n(x)=f(x)$ a.e.于 E.

22.设 $E\subset R^p$，若对任意的 $\varepsilon>0$,存在闭集 $F\subset E$ s.t.$m^*(E-F)<\varepsilon$,证明 E 是可测集.

23.设 f(x) 在［a,b］上可积，则对任意的 $\varepsilon>0$,必存在连续函数 $\varphi(x)\in C_{[a,b]}$ s.t. $\int_a^b |f(x)-\varphi(x)|dx<\varepsilon$.