

# 离散数学

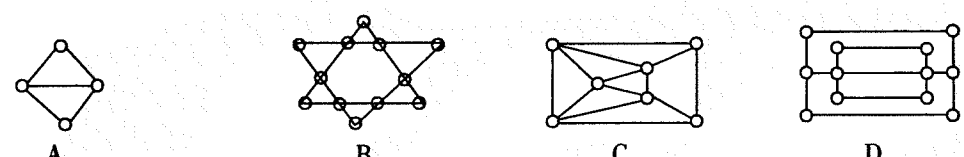
(课程代码 02324)

注意事项:


1. 本试卷分为两部分,第一部分为选择题,第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答,答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔,书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

## 第一部分 选择题

一、单项选择题:本大题共15小题,每小题1分,共15分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 令  $p$ :今天下雨, $q$ :我今天进城。命题“因为今天不下雨,所以我今天进城”的符号化形式为  
 A.  $p \rightarrow q$                       B.  $q \rightarrow p$                       C.  $\neg p \rightarrow q$                       D.  $\neg q \rightarrow p$
2. 设  $R(x)$ : $x$ 是实数, $Q(x,y)$ : $y$ 大于 $x$ 。则命题“对每个实数,都存在一个比它更大的实数”对应的谓词公式是  
 A.  $\forall x(R(x) \rightarrow \exists y(Q(x,y) \wedge R(y)))$                       B.  $\forall x(R(x) \rightarrow \exists y(Q(x,y) \wedge \neg R(x)))$   
 C.  $\exists x(R(x) \rightarrow \forall y(Q(x,y) \wedge R(y)))$                       D.  $\forall x(R(x) \wedge \exists yQ(x,y)) \rightarrow R(x)$
3. 下列关于小项和大项的性质,不正确的是  
 A. 任意两个不同小项的合取必为假                      B. 任意两个不同大项的析取必为真  
 C. 任意两个不同小项的合取必为真                      D. 大项的否定是小项
4. 下列是欧拉图的为  

5. 集合  $A = \{1, 2, 3\}$  上的关系  $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$ , 则  $R$  不是  
 A. 自反关系                      B. 对称关系                      C. 传递关系                      D. 反对称关系
6. 简单无向图  $G$  有10条边,每个结点都是2度结点,则  $G$  的结点数为  
 A. 5                      B. 10                      C. 15                      D. 20

7. 下列谓词恒等式,不正确的是

- A.  $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$
- B.  $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$
- C.  $\neg \exists xP(x) \Leftrightarrow \forall x\neg P(x)$
- D.  $\neg \forall xP(x) \Leftrightarrow \exists x\neg P(x)$
8. 下列度数列中,不能构成简单无向图的是  
 A.  $\{1, 1, 1, 2, 3\}$                       B.  $\{1, 2, 2, 3\}$   
 C.  $\{1, 2, 2, 2, 1\}$                       D.  $\{5, 3, 3, 3\}$
9. 一个6阶无向简单图,其结点的最大度数为  
 A. 5                      B. 6                      C. 7                      D. 8
10. 集合  $A$  上的对称关系  $R$  的关系矩阵为  $M$ , 则  
 A.  $M$  的对角线上元素全是0                      B.  $M$  的对角线上元素全是1  
 C.  $M$  为对称矩阵                      D.  $M$  为反对称矩阵
11. 已知  $A, B, C, D$  是任意集合,则下列各式不成立的是  
 A.  $(A-B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$   
 B.  $(A \oplus B) \times (C \oplus D) = (A \times C) \oplus (B \times D)$   
 C.  $(A \oplus B) \times C = (A \times C) \oplus (B \times C)$   
 D.  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$
12. 要从完全图  $K_4$  中得到一颗生成树,需要删除的边数为  
 A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4
13. 设  $G$  为9阶无向简单图,下列命题中可成立的是  
 A.  $G$  的每个结点的度数均为3  
 B.  $G$  的每个结点的度数均为6  
 C.  $G$  的每个结点的度数均为5  
 D.  $G$  的每个结点的度数均为7
14. 下列4个偏序集的图形,不能构成格的是  

15. 设集合  $A$  的元素个数为4,则  $A$  上所有的等价关系的个数为  
 A. 4                      B. 8                      C. 10                      D. 15

## 第二部分 非选择题

二、填空题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。

16. 设  $A = \{1, 2\}$ , 则  $A^2 =$  \_\_\_\_\_。
17. 设集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , 且  $A$  上的关系  $R_1 = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$ ,  $R_2 = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle \}$ , 则  $\text{dom}(R_1 \cup R_2) =$  \_\_\_\_\_,  $\text{ran}(R_1 \cup R_2) =$  \_\_\_\_\_。
18. 集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A$  上的关系  $R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle \}$ , 则  $R^2 =$  \_\_\_\_\_,  $R^{-1} =$  \_\_\_\_\_。
19. 设有集合  $A$  和  $B$ ,  $|A| = 4$ ,  $|B| = 2$ , 则从  $A$  到  $B$  不同的满射函数共有 \_\_\_\_\_ 个。
20. 在整数域中, 命题公式  $\forall x(x^2 > 0)$  的真值为 \_\_\_\_\_, 命题公式  $\forall x \exists y(x^2 < y)$  的真值为 \_\_\_\_\_。
21. 无向图  $G$  有 11 条边, 2 个 3 度结点, 其余均为 4 度结点, 则  $G$  的阶数为 \_\_\_\_\_, 其中 4 度结点有 \_\_\_\_\_ 个。
22. 一颗 6 阶树, 其分支结点最多有 \_\_\_\_\_ 个, 最多有 \_\_\_\_\_ 片树叶。
23. 设  $A$  为非空有限集合,  $P(A)$  为  $A$  的幂集,  $\cup$  为集合的并运算, 群  $\langle P(A), \cup \rangle$  的单位元是 \_\_\_\_\_, 零元是 \_\_\_\_\_。
24. 一个 6 阶简单非连通图的边的最大个数是 \_\_\_\_\_。
25. 若含  $n(n \geq 2)$  个命题变项的命题公式  $A$  的主析取范式包括  $k$  个小项, 则  $A$  的主合取范式必定包括 \_\_\_\_\_ 个大项。

三、计算题:本大题共 5 小题,每小题 6 分,共 30 分。

26. 用真值表法判定下列逻辑等价式成立  

$$(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q) \Leftrightarrow P \vee R \rightarrow Q$$
27. 用等值演算法求命题公式  $(P \rightarrow \neg Q) \rightarrow R$  的主析取范式。
28. 对于实数集合  $R$ , 下表所列的二元运算是否具有左边一列中的那些性质, 填写下表(具备某项性质填写“是”, 不具备填写“否”, 请将题 28 表画在答题卡上作答)

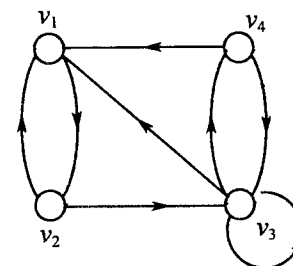
题 28 表

	运算	$x+y$	$x-y$	$x \cdot y$
性质				
可结合性				
可交换性				

29. 一颗树有  $n_2$  个结点度数为 2,  $n_3$  个结点度数为 3,  $\dots$ ,  $n_k$  个结点度数为  $k$ , 求其度数为 1 的结点数  $n_1$  的值。

30. 有向图  $D$  如题 30 图所示, 回答下列问题

- (1) 写出  $D$  的邻接矩阵  $M_D$ ;
- (2)  $D$  中顶点  $v_3$  到顶点  $v_1$  之间长度为 3 的通路有多少条?



题 30 图

四、证明题:本大题共 3 小题,每小题 7 分,共 21 分。

31. 对于任意集合  $A$  和  $B$ , 证明:  

$$P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$$
 其中  $P(A)$  表示集合  $A$  的幂集。
  32. 证明:  

$$\forall x(P(x) \rightarrow \forall y(Q(y) \rightarrow L(x, y))) \Leftrightarrow \forall x \forall y((P(x) \wedge Q(y)) \rightarrow L(x, y))$$
  33. 设  $n$  阶图  $G$  中有  $m$  条边, 其中  $\Delta(G)$  为图  $G$  的最大度,  $\delta(G)$  为图  $G$  的最小度, 证明:  

$$\delta(G) \leq 2m/n \leq \Delta(G)$$
- 五、综合应用题:本大题共 2 小题,每小题 7 分,共 14 分。
34. 分析一个  $n$  阶无向图  $G$  的邻接矩阵  $M_G$ , 如果该图为树, 则:
    - (1) 邻接矩阵  $M_G$  中值为 1 的元素个数为多少?
    - (2)  $M_G + M_G^2 + M_G^3 + \dots + M_G^n$  中值为 0 的元素个数为多少?
  35. 设集合  $A = \{a, b, c\}$ ,
    - (1) 写出  $A$  的幂集  $P(A)$ ;
    - (2) 画出偏序关系  $\{P(A) - \{\emptyset\}, \subseteq\}$  的哈斯图, 并指出该偏序关系的极大元和极小元。