

2022 年 10 月高等教育自学考试全国统一考试

数理统计学

(课程代码 03049)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 设 A, B 为随机事件，且 $P(B)=0.5$, $P(A+B)=0.8$, 则 $P(A-B)=$
 - A. 0.2
 - B. 0.3
 - C. 0.4
 - D. 0.5
2. 投掷两颗均匀的骰子，出现点数之和等于 7 的概率为
 - A. $1/6$
 - B. $1/4$
 - C. $1/3$
 - D. $1/2$
3. 设 A, B, C 表示三个随机事件，且 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{2}{5}$, $P(AB)=P(AC)=\frac{1}{5}$, $P(BC)=P(ABC)=0.1$, 则 $P(A+B+C)=$
 - A. 0.2
 - B. 0.3
 - C. 0.6
 - D. 0.8
4. 设离散型随机变量 X 服从分布律 $P\{X=k\}=\frac{1}{2^k}$, $k=1,2,\dots$, 则 $P\{X=\text{偶数}\}=$
 - A. 1
 - B. $2/3$
 - C. $1/3$
 - D. $3/4$
5. 已知随机变量 $X \sim U(0,5)$, 设 $A=\{|X-2|\leqslant 2\}$, 则 $P(A)=$
 - A. 0.25
 - B. 0.3
 - C. 0.6
 - D. 0.8

6. 设随机变量 $X \sim P(10)$, 由切比雪夫不等式可估计概率 $P\{|X-10|<5\} \geqslant$
 - A. 0.2
 - B. 0.4
 - C. 0.5
 - D. 0.6
7. 设总体 $X \sim B(m,p)$, $X_1, X_2, \dots, X_n \stackrel{iid}{\sim} X$, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则 p 的矩估计 $\hat{p}_M =$
 - A. $\sum_{i=1}^n X_i$
 - B. \bar{X}
 - C. $\frac{\bar{X}}{m}$
 - D. $m\bar{X}$
8. 设 X_1, X_2, \dots, X_{16} 来自正态总体 $N(0,1)$ 的一个样本，记 $X = \sum_{i=1}^4 X_i^2$, $Y = \sum_{i=5}^{16} X_i^2$, 则统计量 $\frac{Y}{3X} \sim$
 - A. $F(12,4)$
 - B. $F(4,12)$
 - C. $t(8)$
 - D. $\chi^2(8)$
9. 设 X_1, X_2, \dots, X_{16} 来自正态总体 $N(\mu, 25)$ 的一个样本，记 $\bar{X} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} X_i$, $S^2 = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{16} (X_i - \bar{X})^2$, 已知 $u_{0.025} = 1.96$, $t_{0.025}(15) = 2.131$; 则 μ 置信度为 95% 的置信区间为
 - A. $(\bar{X} - 0.49, \bar{X} + 0.49)$
 - B. $(\bar{X} - 0.49S, \bar{X} + 0.49S)$
 - C. $(\bar{X} - 2.45, \bar{X} + 2.45)$
 - D. $(\bar{X} - 2.6638, \bar{X} + 2.6638)$
10. 设 X_1, X_2, \dots, X_{10} 来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本，现要检验事件 $H_0: \sigma = 5, H_1: \sigma \neq 5$, 则需采用
 - A. T -检验法
 - B. U -检验法
 - C. χ^2 -检验法
 - D. F -检验法

二、多项选择题：本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分。在每小题列出的备选项中至少有两项是符合题目要求的，请将其选出，错选、多选或少选均无分。

11. 已知 A, B, C 表示三个随机事件，则事件 $\{A, B\}$ 中至少有一个发生而 C 不发生，可表示为
 - A. $\overline{A+B+C}$
 - B. $A\bar{C}+B\bar{C}$
 - C. $AC+BC$
 - D. $AB+A\bar{B}\bar{C}$
 - E. $\overline{B}A\bar{C}+\overline{A}B\bar{C}+A\bar{B}\bar{C}$

12. 设随机变量 X 服从指数分布 $E(0.01)$, 且期望为 $E(X)$, 方差为 $D(X)$, 则下列正确的结论有

- A. $E(X)=100$ B. $D(X)=100$
C. $E(X)=0.01$ D. $D(X)=10000$
E. $D(X)=0.00001$

13. 已知变量 m 表示 n 次独立试验中事件 A 发生的次数, p 表示一次试验中事件 A 发生的概率, 则对任意给定的常数 $\varepsilon > 0$, 伯努利大数定律可表示为

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{ \left| \frac{m}{n} - p \right| > \varepsilon \right\} = 1$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{ \left| \frac{m}{n} - p \right| \geq \varepsilon \right\} = 1$
C. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{ \left| \frac{m}{n} - p \right| < \varepsilon \right\} = 1$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{ \left| \frac{m}{n} - p \right| \leq \varepsilon \right\} = 1$
E. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{ \left| \frac{m}{n} - p \right| \geq \varepsilon \right\} = 0$

14. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的一组样本, \bar{X} 为样本均值, S^2 为样本方差, 且 σ 已知, μ 未知, 下列变量为统计量的有

- A. $2X_3$ B. $\frac{3S^2}{\sigma^2}$
C. $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$ D. $\frac{4(\bar{X} - \mu)^2}{S}$
E. $\bar{X} + \sigma$
15. 设 X_1, X_2, \dots, X_{10} 来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 则下列函数中为 μ 无偏估计量的有
- A. $X_1 + X_2 - X_3$ B. $3X_1 - 2X_{10}$
C. $\frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$ D. $\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$
E. $2X_3$

三、判断题: 本大题共 10 小题, 每小题 1 分, 共 10 分。判断下列各题正误, 正确的在答题卡相应位置涂“A”, 错误的涂“B”。

16. 已知 $P(A)=0.8$, $P(B)=0.6$, 则 $P(A-B)=0.2$.
17. 已知 $P(A)=0.4$, $P(B)=0.5$, $P(AB)=0.2$, 则事件 A 与 B 是独立的.
18. 若 $f(x)$ 是随机变量 X 的密度函数, 则必有 $0 < f(x) < 1$.
19. A 为任一随机事件, 若 $P(A)=0$, 则 A 一定不能发生.
20. 切比雪夫大数定律与辛钦大数定律是相同的两个定律.
21. 随机变量 $X \sim B(30, 0.4)$, 则 $D(X)/E(X)=0.8$.
22. 随机变量 $X \sim B(100, 0.02)$, 则近似有 $X \sim P(2)$.
23. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的一组样本, \bar{X} 为样本均值, 则 \bar{X} 必服从正态分布.

24. 参数的点估计中矩估计与最大似然估计尽管它们处理方法不同, 但最后得到的结果是相同的.

25. 假设检验中两类错误是不可避免的, 但可以增大样本容量, 尽可能地减少犯两类错误的概率.

第二部分 非选择题

四、名词解释题: 本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分。

26. 古典概型
27. 有效估计
28. 正态分布
29. 密度函数的充分必要条件
30. 样本空间的划分 (亦称完备事件组)

五、简答题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

31. 设连续型随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^2}, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$, 则系数 k 为何值?
32. 设总体 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} (\theta+1)x^\theta, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$, 式中 $\theta > -1$ 是未知参数,
 X_1, X_2, \dots, X_n 是一组来自总体 X 的一组样本, 记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则参数 θ 的矩估计是什么?
33. 常用假设检验的方法 (按正态总体参数检验划分) 有哪些?

六、应用题: 本大题共 2 小题, 每小题 15 分, 共 30 分。

34. 某地医院医生根据多数病例诊断, 认为该地病人发高烧是由三种疾病 A_1, A_2, A_3 引起; 病人患这三种疾病的概率分别为 0.5, 0.2, 0.3。根据经验, 在这三种病之下而发高烧的概率分别为 0.3, 0.6, 0.8。在该地任选一病人, 问:
(1) 病人发高烧的概率有多大?
(2) 该病人发高烧是由哪一种疾病引起的可能性大?
35. 某中学高中部召开家长座谈会, 对每一学生而言, 参加座谈会的家长人数是一个随机变量。现假定一个学生无家长、1 名家长、2 名家长来参加会议的概率分别为 0.1, 0.7, 0.2, 若高中部共 500 名学生, 且各家长到会相互独立。试求:
(1) 参加会议的家长人数至少为 570 名的概率?
(2) 有 2 名家长来参加会议的学生数不多于 110 名的概率?
($\Phi(1.12) = 0.8686$, $\Phi(1.66) = 0.9515$)