

概率论与数理统计（经管类）

（课程代码 04183）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 桌上有5部手机，型号为甲、甲、乙、丙、丁，从中任取一部，则取到甲型号手机的概率是
A. 0.2 B. 0.4 C. 0.6 D. 0.8
2. 设事件 A, B 互不相容，且 $P(A) = 0.3$ ，则 $P(A - B) =$
A. 0 B. 0.1 C. 0.2 D. 0.3
3. 设随机变量 $X \sim B(3, 0.3)$ ，则 $P\{X > 2\} =$
A. 0.027 B. 0.09 C. 0.3 D. 1
4. 设随机变量 X 服从区间 $[-1, 3]$ 上的均匀分布，则 X 的概率密度为
A. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & -1 \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ B. $f(x) = \begin{cases} 4, & -1 \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$
C. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & -1 \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ D. $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{4}, & -1 \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

5. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

		Y		
		0	1	2
X	0	0	0.1	0.4
	1	0.2	0.3	0

则 $P\{X=1|Y=1\} =$

- A. 0.2 B. 0.3 C. 0.4 D. 0.75
6. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim N(1, 4)$ ， $Y \sim N(-1, 4)$ ，则 $D(X+Y) =$
A. 0 B. 8 C. 16 D. 32
 7. 设 X, Y 为任意随机变量，则下列各式一定成立的是
A. $E(XY) = E(X)E(Y)$ B. $D(XY) = D(X)D(Y)$
C. $D(X-Y) = D(X) - D(Y)$ D. $D(X-Y) = D(Y-X)$
 8. 设 X_1, X_2, X_3 是来自总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$ 的样本， $C(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2)$ 是方差 σ^2 的无偏估计。则常数 $C =$
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1
 9. 在假设检验中， H_0 为原假设，则显著性水平 α 的意义是
A. $P\{\text{接受 } H_0 | H_0 \text{ 不真}\}$ B. $P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 不真}\}$
C. $P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 为真}\}$ D. $P\{\text{接受 } H_0 | H_0 \text{ 为真}\}$
 10. 考察随机变量 Y 与 x 之间是否存在关系式 $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ ，其中 $E(Y) = \beta_0 + \beta_1 x$ ，通常对回归方程 $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ 进行显著性检验，则检验的假设为
A. $H_0: \beta_0 = 0; H_1: \beta_0 \neq 0$ B. $H_0: \hat{\beta}_0 = 0; H_1: \hat{\beta}_0 \neq 0$
C. $H_0: \beta_1 = 0; H_1: \beta_1 \neq 0$ D. $H_0: \hat{\beta}_1 = 0; H_1: \hat{\beta}_1 \neq 0$

第二部分 非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 设 A, B 为随机事件，且 $P(A) = 0.7$, $P(B|A) = 0.4$. 则 $P(AB) =$ _____.

12. 设随机变量 X 服从参数为 3 的指数分布，当 $x > 0$ 时， X 的概率密度 $f(x) =$ _____.

13. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ 0.1, & 1 \leq x < 4, \\ 0.6, & 4 \leq x < 6, \\ 1, & x \geq 6, \end{cases}$ 则 $P\{1 \leq X < 6\} =$ _____.

14. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$ ，设 $Y = -3X - 5$ ，则 Y 的概率密度 $f_Y(y)$ 用 $f_X(x)$ 表示为 _____.

15. 设 (X, Y) 的分布律为

	Y	
	X	
		1 2
1		0.1 0.2
2		0.1 0.1
3		0.3 0.2

则 $P\{X + 2Y = 5\} =$ _____.

16. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度 $f(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$

则当 $0 \leq x \leq 1$ 时，关于 X 的边缘概率密度 $f_X(x) =$ _____.

17. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

	Y	
	X	
		0 1
0		0 $\frac{1}{8}$
1		$\frac{1}{4}$ $\frac{5}{8}$

则 $E(X + Y) =$ _____.

18. 设随机变量 $X \sim B\left(12, \frac{1}{3}\right)$ ， Y 服从参数为 3 的泊松分布，且 X 与 Y 相互独立，则

$D(X - 2Y) =$ _____.

19. 设随机变量 X 的概率密度 $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{2}, & -1 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则 $E(X^2) =$ _____.

20. 设随机变量序列 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 独立同分布，且 $E(X_i) = \mu$, $D(X_i) = \sigma^2$, $\sigma > 0$,

$i = 1, 2, \dots, n, \dots$ ，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \leq \mu\right\} =$ _____.

21. 设 X_1, X_2, \dots, X_6 为来自总体 X 的样本，且 X 服从区间 $[-1, 3]$ 上的均匀分布， \bar{X} 为样本均值，则 $D(\bar{X}) =$ _____.

22. 设 X_1, X_2, \dots, X_6 为来自总体 X 的样本，且 $X \sim N(0, 1)$ ，则

$D(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_6^2) =$ _____.

23. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本，且 $X \sim B(1, p)$ ，(其中 $0 < p < 1$)， \bar{X} 为样本均值，则未知参数 p 的矩估计 $\hat{p} =$ _____.

24. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 为来自总体 X 的样本，且 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，设 μ 的无偏估计为

$\hat{\mu} = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{8}X_2 + \frac{1}{16}X_3 + aX_4$ ，则常数 $a =$ _____.

25. 已知某厂生产的产品内径 $X \sim N(\mu, 9)$ (单位: cm)，现随机取 9 件产品，检测其内径，并算得样本均值 $\bar{x} = 15$ ，若进行假设检验 $H_0: \mu = 14; H_1: \mu \neq 14$ ，则检验统计量的值为 _____.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 已知 $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.8$, $P(\bar{A}|B) = 0.35$. 求: (1) $P(AB)$; (2) $P(\bar{B} - A)$.

27. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & -1 & 1 & 2 \\ \hline P & \frac{1}{8} & \frac{2}{8} & \frac{5}{8} \end{array}$ ，记 $Y = X^2$.

求: (1) Y 的分布律; (2) Y 的分布函数 $F_Y(y)$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设随机变量 X 与 Y 相互独立， X 服从区间 $[0,3]$ 上的均匀分布， Y 服从参数为 2 的指数分布.

求：(1) X, Y 的概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$;

(2) (X, Y) 的概率密度 $f(x, y)$;

(3) $P\{X \leq 2, Y \leq 3\}$.

29. 设二维随机变量 (X, Y) 服从二维正态分布 $N(-1, 2, 4, 9, 0)$ ，记 $Z = X - 2Y + 1$.

求：(1) $E(Z), D(Z)$ ；(2) Z 的概率密度 $f_Z(z)$ ；(3) $D(XY)$.

五、应用题：本题 10 分。

30. 设某元件的使用寿命 X (单位：小时) 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases} (\theta > 0)$,

X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本. 求: θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}$.