座位号：

姓名：

绝密★启用前

2022年10月高等教育自学考试全国统一命题考试

线性代数(经管类)

（课程代码　04184）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

说明：在本卷中，A^{T}表示矩阵A的转置矩阵，A^*表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，$|A|$表示方阵A的行列式，$\mathrm{r}(A)$表示矩阵A的秩.

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共5小题，每小题2分，共10分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 已知3阶行列式D第1行的元素依次为$1,2,-1$，它们的余子式依次为$2,-2,1$，则$D=$

A. -5　　B. -3

C. 3　　D. 5

2. 设A为3阶矩阵，$P=\begin{pmatrix}1&3&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，则用$P$右乘$A$，相当于将$A$

A. 第1行的3倍加到第2行　　B. 第2行的3倍加到第1行

C. 第1列的3倍加到第2列　　D. 第2列的3倍加到第1列

3. 向量组$\alpha_1=(1,1,0)^{\mathrm{T}},\alpha_2=(3,0,-9)^{\mathrm{T}},\alpha_3=(1,2,3)^{\mathrm{T}},\alpha_4=(1,-1,-6)^{\mathrm{T}}$的秩是

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

4. 设线性方程组$\begin{cases}kx_1+x_2+x_3=1\\x_1+kx_2+x_3=k\\x_1+x_2+kx_3=k^2\end{cases}$无解，则数$k=$

A. -2　　B. -1

C. 0　　D. 1

5. 设矩阵$A=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&2&2\\0&2&2\end{pmatrix}$，则二次型$f(x_1,x_2,x_3)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}A\boldsymbol{x}$的规范形为

A. $z_1^2-z_2^2-z_3^2$　　B. $z_1^2+z_2^2-z_3^2$

C. $z_1^2+z_2^2$　　D. $z_1^2-z_2^2$

第二部分　非选择题

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

6. 设 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -2$，则 $\begin{vmatrix} a_{31}-a_{11} & a_{32}-a_{12} & a_{33}-a_{13} \\ 3a_{21} & 3a_{22} & 3a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{vmatrix} =$_____.

7. 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 7 \end{vmatrix} =$_____.

8. 设 A 为 3 阶可逆矩阵，且 $|A|=2$，则 $|-A^*|=$_____.

9. 若矩阵 A 中有一个 2 阶子式不为零，且所有 3 阶子式均为零，则 $\mathrm{r}(A)=$_____.

10. 已知向量组 $\alpha_1=(1,k,-3)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_2=(3,6,-9)^{\mathrm{T}}$ 线性相关，则数 $k=$_____.

11. 已知 $\mathbf{R}^2$ 中的两组基：$\alpha_1=(0,1)^{\mathrm{T}},\alpha_2=(1,0)^{\mathrm{T}}$ 和 $\beta_1=(3,1)^{\mathrm{T}},\beta_2=(4,2)^{\mathrm{T}}$，若矩阵 P 满足 $(\beta_1,\beta_2)=(\alpha_1,\alpha_2)P$，则 $P=$_____.

12. 设齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+kx_2+x_3=0 \\ 2x_1+x_2+x_3=0 \\ kx_2+x_3=0 \end{cases}$ 有非零解，则数 k 应满足的条件是_____.

13. 设 A 为 n 阶可逆矩阵，且满足 $|2A-E|=0$，则 A^{-1} 必有一个特征值为_____.

14. 设 3 阶矩阵 A 的特征值为 $1,-1,2$，则 $|A^2+2E|=$_____.

15. 若二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+ax_2^2+(a-2)x_3^2+4x_1x_2$ 正定，则数 a 应满足的条件是_____.

三、计算题：本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分。

16. 已知行列式 $D=\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 9 & 6 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$，$A_{ij}$ 为元素 a_{ij} 的代数余子式，求 $A_{31}-2A_{32}+A_{33}$.

17. 设 $P^{-1}AP=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$，$P=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$，求 A^2.

18. 已知 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.（1）求 A^{-1}；（2）解矩阵方程 $AX=B$.

19. 求向量组 $\alpha_1=(1,\ 1,\ 2,\ -1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_2=(0,1,2,-1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_3=(0,0,1,0)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_4=(0,0,0,1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_5=(1,2,4,-3)^{\mathrm{T}}$ 的秩和一个极大无关组，并把其余向量用该极大无关组线性表示.

20. 设非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3=a \\ x_2-x_3=b \\ x_1+x_3=c \end{cases}$（其中 a,b,c 不全为零的常数），当 a,b,c 满足什么条件时，方程组有无穷多解？并求其通解（要求用它的一个特解和导出组的基础解系表示）.

21. 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ -5 & 3 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，判定 A 是否可以相似对角化？并说明理由.

22. 求正交变换 $x=Py$，将二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+3x_2^2+3x_3^2-4x_2x_3$ 化为标准形.

四、证明题：本题 7 分。

23. 设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关，证明：向量组 $\alpha_1+c_1\alpha_4$，$\alpha_2+c_2\alpha_4$，$\alpha_3+c_3\alpha_4$ 线性无关（其中 c_1,c_2,c_3 是任意常数）.