

## 2023年4月高等教育自学考试全国统一命题考试

## 高等数学（一）

（课程代码 00020）

## 注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

## 第一部分 选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题3分，共30分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1.  $\ln\sqrt{3} =$

A.  $\frac{\ln 2}{3}$

B.  $\frac{\ln 3}{2}$

C.  $3\ln 2$

D.  $2\ln 3$

2. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1+x, & x > 1 \end{cases}$ , 则  $f\left(\frac{1}{4}\right) =$

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 1

D.  $\frac{5}{4}$

3. 极限  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9} =$

A.  $\frac{1}{3}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{2}{3}$

D.  $\frac{3}{2}$

4. 函数  $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$  在点  $x=0$  处

A. 无定义但有极限

B. 无定义且无极限

C. 有定义但无极限

D. 有定义且有极限

5. 已知某产品产量为  $q$  时的总成本  $C(q) = 1500 + \frac{1}{1200}q^2$ , 则  $q=900$  时的边际成本为

A. 0

B. 0.5

C. 1

D. 1.5

6. 设  $f(0)=0$  且  $f'(0)=1$ , 则极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x} =$

A. 0

B.  $\frac{1}{3}$ 

C. 1

D. 3

7. 函数  $f(x) = (x-1)^4$  在区间  $[1, +\infty)$  内

A. 单调减少

B. 单调增加

C. 不增不减

D. 有增有减

8. 设  $\int f(x) dx = e^{\sin x} + C$ , 则  $f(x) =$

A.  $-e^{\sin x} \cos x$ B.  $e^{\sin x} \cos x$ C.  $-e^{\sin x}$ D.  $e^{\sin x}$ 

9. 反常积分  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx =$

A. -1

B. 0

C. 1

D.  $+\infty$ 

10. 下列各点中是函数  $f(x, y) = x^3 - 4x^2 + 2xy - y^2$  驻点的为

A. (2, 2)

B. (1, 1)

C. (1, 0)

D. (0, 1)

## 第二部分 非选择题

二、简单计算题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

11. 设函数  $f(x) = \lg 5$ ，求  $f(x+1) - f(x+2)$ 。

12. 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+4}{x+2} \right)^{x+1}$ 。

13. 设函数  $y = \sqrt{1-x^2}$ ，求微分  $dy$ 。

14. 求不定积分  $\int \frac{1}{x(1+\ln^2 x)} dx$ 。

15. 计算定积分  $I = \int_1^6 \frac{x}{\sqrt{x+3}} dx$ 。

三、计算题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan x}{3x}, & x > 0 \\ a+2x^2, & x \leq 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  处连续，求常数  $a$ 。

17. 设函数  $y = (1+x)\arctan \sqrt{x}$ ，求二阶导数  $y''$ 。

18. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{x \cos x}$ 。

19. 设连续函数  $y(x)$  满足  $y(x) = \int_0^x y(t) dt + e^x$ ，求  $y(x)$  所满足的微分方程，并求其通解。

20. 设函数  $z = z(x, y)$  是由方程  $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4x + 2z - 5 = 0$  所确定的隐函数，求偏导数

$$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$$

四、综合题：本大题共 4 小题，共 25 分。

21. (本小题 6 分)

求曲线  $y = \frac{x-1}{x^2-1}$  的水平及铅直渐近线。

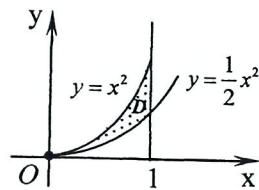
22. (本小题 6 分)

设平面区域  $D$  由曲线  $y = x^2$  与  $y = \frac{1}{2}x^2$  及直线  $x = 1$

所围成。求：

(1)  $D$  的面积  $A$ ；

(2)  $D$  绕  $x$  轴一周的旋转体体积  $V_x$ 。

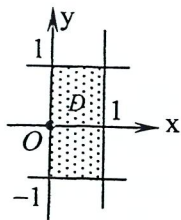


题 22 图

23. (本小题 6 分)

计算二重积分  $I = \iint_D (x^3 + y^3) dx dy$ ，其中  $D$  是由直线

$x = 1$ ， $y = -1$ ， $y = 1$  及  $y$  轴所围成的平面区域。



题 23 图

24. (本小题 7 分)

已知某产品产量  $Q$  吨时的边际成本为  $C'(Q) = \frac{Q}{2} + 3$  (万元/吨)，固定成本为

400 (万元)。

(1) 求平均成本函数  $\bar{C}(Q)$ ；

(2) 问产量为多少时平均成本最小？并求最小平均成本。