绝密★启用前

2023 年 4 月高等教育自学考试全国统一命题考试

复变函数与积分变换

（课程代码　02199）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 下列式子中正确的是

A. $2-\mathrm{i}>-1+2\mathrm{i}$　　B. $\mathrm{Re}(2-\mathrm{i})>\mathrm{Re}(-1+2\mathrm{i})$

C. $\mathrm{Im}(2-\mathrm{i})>\mathrm{Im}(-1+2\mathrm{i})$　　D. $|2-\mathrm{i}|>|-1+2\mathrm{i}|$

2. $\arg\left(\sin\frac{\pi}{6}+\mathrm{i}\cos\frac{\pi}{3}\right)=$

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

3. $f(z)=\overline{z-2}$ 在 $z=2$ 处

A. 解析　　B. 可导　　C. 连续　　D. 不连续

4. 下列复数中为实数的是

A. $\ln\mathrm{i}$　　B. e^{i}　　C. $\sin\mathrm{i}$　　D. $\cos\mathrm{i}$

5. 设 C 为正向圆周 $|z|=1$，下列积分中不为零的是

A. $\oint_C\frac{\mathrm{d}z}{\bar{z}}$　　B. $\oint_C\bar{z}\mathrm{d}z$　　C. $\oint_C z^2\mathrm{d}z$　　D. $\oint_C\frac{\mathrm{d}z}{z^2}$

6. 设 $f(z)$ 为解析函数，C 为正向圆周 $|z|=3$，则 $\frac{1}{2\pi\mathrm{i}}\oint_C\frac{f(z)}{z(z-1)(z-2)}\mathrm{d}z=$

A. 0　　B. $f(0)$

C. $\frac{f(0)-2f(1)+f(2)}{2}$　　D. $\frac{f(0)+f(1)+f(2)}{2}$

7. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}2^n(z-1)^n$ 的收敛圆域为

A. $|z-1|<\frac{1}{2}$　　B. $|z-1|<2$　　C. $|z|<\frac{1}{2}$　　D. $|z|<2$

8. 下列圆环域中，不能将函数 $f(z)=\frac{1}{z(z-1)(z-2)}$ 展为洛朗级数的为

A. $0<|z|<1$　　B. $1<|z|<2$

C. $2<|z|<+\infty$　　D. $0<|z|<2$

9. 下列函数中，以 $z=0$ 为其二阶极点的是

A. $f(z)=\frac{1-\cos z}{z}$　　B. $f(z)=\frac{1-\cos z}{z^2}$

C. $f(z)=\frac{1-\cos z}{z^3}$　　D. $f(z)=\frac{1-\cos z}{z^4}$

10. 下列傅氏变换或傅氏逆变换，正确的是

A. $\mathscr{F}[1]=\delta(\omega)$　　B. $\mathscr{F}^{-1}[\delta(\omega)]=1$

C. $\mathscr{F}[\delta(t)]=1$　　D. $\mathscr{F}^{-1}[1]=1$

11. 设 $f(t)$ 的傅氏变换为 $\mathscr{F}[f(t)]=F(\omega)$，则 $\mathscr{F}^{-1}[F(\omega+3)]=$

A. $\mathrm{e}^{-3\mathrm{i}t}f(t)$　　B. $\mathrm{e}^{3\mathrm{i}t}f(t)$　　C. $f(t-3)$　　D. $f(t+3)$

12. 已知 t^k 的拉氏变换 $\mathscr{L}[t^k]=\frac{k!}{p^{k+1}}$，$k=0,1,2,\cdots$. 下列式子中错误的是

A. $\mathscr{L}[(t-1)^2]=\frac{2}{p^3}\mathrm{e}^{-2p}$　　B. $\mathscr{L}[(t-2)^2]=\frac{2}{p^3}-\frac{4}{p^2}+\frac{4}{p}$

C. $\mathscr{L}[\mathrm{e}^{2t}t^2]=\frac{2}{(p-2)^3}$　　D. $\mathscr{L}^{-1}\left[\frac{1}{(p-2)^3}\right]=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2t}t^2$

第二部分　非选择题

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。

13. 设 $z=(1-\mathrm{i})^{10}$，则 $|z|=$__________.

14. $f(z)=z\operatorname{Im}z$ 的可导点为__________.

15. 设 $\mathrm{e}^{z}=\mathrm{i}^{\mathrm{i}}$，则 $\operatorname{Im}z=$__________.

16. 设 C 为正向圆周 $|z|=1$，则 $\oint_C \frac{\cos z}{z^6}\mathrm{d}z=$__________.

17. $f(z)=\cot z$ 在点 $z=\frac{\pi}{2}$ 处的泰勒级数的收敛半径为__________.

三、计算题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

18. 已知 $z^2+z+1=0$，求 $\arg z$.

19. 设 $z=x+\mathrm{i}y$，$f(z)=u(x,y)+\mathrm{i}v(x,y)$，其中 $u(x,y)=\mathrm{e}^{x}\sin ky$.

（1）求正数 k，使得 $u(x,y)$ 为调和函数；

（2）求 $v(x,y)$，使得 $f(z)$ 为解析函数.

20. 设 C 为正向圆周 $|z|=1$，求 $\oint_C \frac{\mathrm{e}^{z}}{z\cos^2 z}\mathrm{d}z$.

21. 求 $f(z)=\frac{1}{z^2}$ 在 $z=1$ 处的泰勒展开式.

22. 求 $f(z)=\frac{1}{z(z-1)}$ 在区域 $|z|>1$ 内的洛朗展开式.

23. 确定 $f(z)=\mathrm{e}^{\frac{1}{(z-1)^2}}$ 的奇点及其类型，并求在奇点处的留数.

四、综合题：本大题共 3 小题，共 19 分。

24.（本题 6 分）

（1）确定 $f(z)=\frac{z^2}{(z^2+1)(z^2+4)}$ 的奇点及其类型；

（2）求 $f(z)$ 在上半平面内奇点处的留数；

（3）利用留数计算实积分 $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+4)}\mathrm{d}x$.

25.（本题 6 分）

利用卷积定理求 $\frac{1}{p^2(p^2+4)}$ 的拉氏逆变换.

26.（本题 7 分）

（1）$w=\frac{z-(1+\mathrm{i})}{z-(1-\mathrm{i})}$ 把 z 平面的实轴映射为 w 平面上的什么曲线？

（2）求 $z_1=0, z_2=1, z_3=2$ 在此映射下的象；

（3）$w=\frac{z-(1+\mathrm{i})}{z-(1-\mathrm{i})}$ 将上半平面 $\operatorname{Im}(z)>0$ 映射为 w 平面的什么区域？

正保自考365 www.zikao365.com 自考365官方订阅号：zhengbaozikao365