绝密★启用前

2023年4月高等教育自学考试全国统一命题考试

线性代数（经管类）

（课程代码　04184）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

说明： 在本卷中，A^{T} 表示矩阵 A 的转置矩阵，A^* 表示矩阵 A 的伴随矩阵，E 是单位矩阵，$|A|$ 表示方阵 A 的行列式，$\mathrm{r}(A)$ 表示矩阵 A 的秩.

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共5小题，每小题2分，共10分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 设 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$，$M_{ij}$ 为元素 $a_{ij}(i,j=1,2)$ 的余子式，若 $M_{11}=2, M_{12}=3$，$M_{21}=4, M_{22}=5$，则 $A=$

A. $\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

2. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$，则 A^* 中位于第1行第2列的元素是

A. -3　　B. -2

C. 2　　D. 3

3. 已知 3×4 矩阵 A 的行向量组线性无关，则 $\mathrm{r}(A)=$

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

4. 设2阶矩阵 A 满足 $|2E+3A|=0$，$|E-A|=0$，则 $|A^{-1}+E|=$

A. -1　　B. $-\frac{2}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. 1

5. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2-3x_2^2+5x_3^2$ 的正惯性指数是

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

第二部分　非选择题

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

6．行列式$\begin{vmatrix} a_1+b_1 & a_1+b_2 & a_1+b_3 \\ a_2+b_1 & a_2+b_2 & a_2+b_3 \\ a_3+b_1 & a_3+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}=$________.

7．设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$，则$\boldsymbol{AB}=$__________.

8. 设$\boldsymbol{A}$为 2 阶矩阵,若存在矩阵$\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,使得$\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{AC}=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$,则$\boldsymbol{A}=$________.

9．设$\boldsymbol{A}$为 3 阶矩阵，且$|\boldsymbol{A}|=2$，则$|-2\boldsymbol{A}^{-1}|=$________.

10．已知向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,k,-3)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(2,4,-6)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(0,0,1)^{\mathrm{T}}$的秩为 2，

则数$k=$________.

11．齐次线性方程组$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3 \quad\;\; =0 \\ \qquad\; x_2-x_3+x_4=0 \end{cases}$的基础解系所含解向量的个数为________.

12．非齐次线性方程组$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$的增广矩阵经初等行变换化为$\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \end{array}\right)$，则方程组

的通解是__________.

13．设$\boldsymbol{A}$为 2 阶矩阵，且$|\boldsymbol{A}|=8$，若$\boldsymbol{A}$的一个特征值为 2，则$\boldsymbol{A}$的另一个特征值

为________.

14．若矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$可与对角矩阵相似，则数$a=$________.

15．二次型$f(x_1,x_2)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Ax}$经正交变换$\begin{cases} x_1=\frac{1}{\sqrt{2}}y_1+\frac{1}{\sqrt{2}}y_2 \\ x_2=-\frac{1}{\sqrt{2}}y_1+\frac{1}{\sqrt{2}}y_2 \end{cases}$化为$2y_1^2-y_2^2$，则原二次型

的矩阵$\boldsymbol{A}=$__________.

三、计算题：本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分。

16. 设 4 阶行列式$|\boldsymbol{A}|=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$，其中$M_{ij}$为$|\boldsymbol{A}|$中元素$a_{ij}$的余子式（$i,j=1,2,3,4$），

求$M_{11}+M_{12}+M_{13}+M_{14}$.

17．设$\boldsymbol{A}$为 3 阶矩阵，且已知$|\boldsymbol{A}|=2$，求行列式$\left|(3\boldsymbol{A})^{-1}-\frac{1}{2}\boldsymbol{A}^*\right|$的值.

18．设$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$，矩阵$\boldsymbol{X}$满足关系式$\boldsymbol{XA}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}-2\boldsymbol{X}$，求$\boldsymbol{X}$.

19．求向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,1,4)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(0,3,-1,-3)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(1,-2,8,8)^{\mathrm{T}}$，

$\boldsymbol{\alpha}_4=(2,3,8,9)^{\mathrm{T}}$的秩和一个极大无关组，并把其余向量用该极大无关组线性表示.

20．确定当数a为何值时，线性方程组$\begin{cases} x_1-x_2+x_3+x_4=2 \\ \qquad x_2-x_3-x_4=-1 \\ 2x_1-x_2+x_3+x_4=a \\ x_1+x_2-x_3-x_4=0 \end{cases}$有无穷多解，并求出其通解

（要求用其一个特解和导出组的基础解系表示）.

21．已知矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ x & 4 & y \\ -3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$可以对角化，$\lambda=2$为$\boldsymbol{A}$的 2 重特征值，求$x,y$的值.

22．设二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_2^2+2x_1x_3$，求正交变换$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{Py}$，将二次型化为标准形.

四、证明题：本题 7 分。

23．设 3 阶矩阵$\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$满足关系式$2\boldsymbol{AB}-\boldsymbol{A}-2\boldsymbol{B}=\boldsymbol{O}$．证明$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E}$可逆.