

2023年4月高等教育自学考试全国统一考试

## 大学数学

(课程代码 06227)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

## 第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共10小题, 每小题2分, 共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 函数  $f(x) = \frac{1}{\ln(x-5)}$  定义域是
  - A.  $[5, 6) \cup (6, +\infty)$
  - B.  $(5, 6) \cup (6, +\infty)$
  - C.  $[5, +\infty)$
  - D.  $(5, +\infty)$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} =$ 
  - A. 0
  - B. 1
  - C. 不存在
  - D.  $\infty$
3. 函数  $y = f(x)$  在点  $a$  处有极限是  $y = f(x)$  在点  $a$  处连续的\_\_\_\_\_条件
  - A. 充分非必要
  - B. 必要非充分
  - C. 充要
  - D. 既非充分也非必要
4. 设则  $f'(2) = 2$ , 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{2h} =$ 
  - A.  $\frac{1}{2}$
  - B. 1
  - C. -1
  - D. 2

5. 设函数  $f(x)$  在  $(a, b)$  内有  $f'(x) > 0$  且  $f''(x) > 0$ , 则  $y = f(x)$  在  $(a, b)$  内

- A. 单调递增, 凹函数
- B. 单调递减, 凸函数
- C. 单调递增, 凸函数
- D. 单调递减, 凹函数

6. 下列不等式正确的是

- A.  $\int_0^1 x dx \leq \int_0^1 x^2 dx$
- B.  $\int_0^1 x^2 dx \leq \int_0^1 x^3 dx$
- C.  $\int_1^2 x dx \leq \int_1^2 x^2 dx$
- D.  $\int_1^2 x dx \leq \int_1^2 x^2 dx$

7. 下列函数在区间  $[-1, 1]$  上满足罗尔定理条件的是

- A.  $f(x) = e^x$
- B.  $f(x) = \ln |x|$
- C.  $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$
- D.  $f(x) = 1 - x^2$

8.  $\int_{-1}^1 |x| dx =$

- A. 0
- B. 1
- C.  $\frac{1}{2}$
- D. -1

9. 微分方程  $xy'' + x^2(y')^3 + y^4 = 1$  的阶数是

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

10. 微分方程  $y'' + y' - 2y = 0$  的一个解

- A.  $y = x^{-2}$
- B.  $y = x$
- C.  $y = 2e^x$
- D.  $y = e^{2x}$

二、判断题: 本大题共10小题, 每小题1分, 共10分。判断下列各题正误, 正确的在答题卡相应位置涂“A”, 错误的涂“B”。

11. 若  $f(x)$  在点  $x_0$  处有定义, 则  $f(x)$  在点  $x_0$  处极限一定存在。
12. 函数  $f(x) = \ln x^2$  是偶函数。
13. 如果  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导, 则  $f'(x_0) = (f(x_0))'$ 。

14.  $\int f'(x)dx = f(x)$ .
15. 如果函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界, 则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可积.
16.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \sin \frac{x}{2} = 0$ .
17. 如果函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上的平均值是  $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$ .
18. 函数  $f(x)$  的不定积分是其原函数的全体.
19. 若  $b > a > 0$ , 则  $\frac{b-a}{a} < \ln \frac{b}{a} < \frac{b-a}{b}$ .
20. 两个无穷小之和一定是无穷小.

29. 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x$ .
30. 计算  $\int x e^{-2x} dx$ .
31. 计算  $\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx$ .
32. 计算  $\int_1^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ .
33. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$ .
34. 求微分方程  $xy' - y \ln y = 0$  的通解.

## 第二部分 非选择题

三、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分。

21.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{x^2 - x - 1} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

22. 函数  $y = e^{-x}$  的  $n$  阶导数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

23. 函数  $f(x) = \cos^2 x$  的最小正周期是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

24.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

25.  $\int \frac{1}{16+x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

26.  $\int_1^2 \frac{2e^x}{1+e^x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

四、计算题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。

27. 求函数  $y = e^{-x}(x^2 - 2x + 3)$  的导数.

28. 求函数  $y = \arcsin \sqrt{1-x^2}$  的微分.

五、简答题: 本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分。

35. 画图并计算由曲线  $y^2 = x$  与  $y = x^2$  所围成的图形的面积.

36. 求函数  $y = x^3 - x^2 - x + 1$  的单调增、减区间, 极值, 及其图像的凹凸区间和拐点.