机密★启用前

2023年4月高等教育自学考试全国统一考试

工程数学（概率论与数理统计）

（课程代码　10992）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共16小题，每小题1分，共16分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 投掷一颗骰子，A表示“出现3点”，B表示“出现偶数点”，则

A. $A\subset B$　　B. $B\subset A$

C. $A\subset \overline{B}$　　D. $\overline{A}\subset B$

2. 随机事件A与B相互独立，$P(A)=0.2, P(B)=0.4$，则$P(A\mid B)=$

A. 0.1　　B. 0.2

C. 0.4　　D. 0.6

3. 某人射击三次，其命中率为0.6，则三次中至少命中一次的概率为

A. 0.064　　B. 0.04

C. 0.96　　D. 0.936

4. 设随机变量$X\sim B(3,\ 0.3)$，则$P\{X\ge 1\}=$

A. 0.343　　B. 0.432

C. 0.657　　D. 0.951

5. 已知随机变量X的分布律为

X	-1	2	3
p_k	0.25	0.5	0.25

，则$P\{-2<X\le 2.5\}=$

A. 0.25　　B. 0.5

C. 0.75　　D. 0.8

6. 已知随机变量X的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, x<0\\ \sin x, 0\le x\le \dfrac{\pi}{2}\\ 1, x>\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$，则$P\{1<X\le 2\}=$

A. 0　　B. $1-\sin 1$

C. $\sin 1$　　D. 1

7. 设连续型随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}ax^2, 0\le x\le 1\\ 0,\quad 其他\end{cases}$，则常数$a=$

A. 4　　B. 3

C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{1}{4}$

8. 二维随机变量(X, Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}c,\quad x^2+y^2\le 1\\ 0,\quad 其他\end{cases}$，则常数$c=$

A. $\dfrac{1}{\pi}$　　B. π

C. 1　　D. 2

9. 设随机变量X的概率密度为$f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{\pi}}e^{-\frac{(x+5)^2}{4}}$，则$E(X), D(X)$分别为

A. $-5,\ \sqrt{2}$　　B. $-5,\ 2$

C. $5,\ \sqrt{2}$　　D. $5,\ 2$

10. 在假设检验中，H_0为原假设，则检验的显著性水平α的意义是

A. $P\{拒绝 H_0|H_0 为真\}$　　B. $P\{接受 H_0|H_0 为真\}$

C. $P\{接受 H_0|H_0 不真\}$　　D. $P\{拒绝 H_0|H_0 不真\}$

11. 设二维随机变量$(X,Y)\sim N(-1,-3;3^2,4^2;0)$，则$X-Y$所服从的分布为

A. $N(-4,7)$　　B. $N(-4,25)$

C. $N(2,5)$　　D. $N(2,25)$

12. 设随机变量 $X \sim \chi^2(5), Y \sim \chi^2(4)$，且 X，Y 相互独立，则 $\dfrac{4X}{5Y}$ 所服从的分布为

A. $F(4,4)$　　B. $F(5,5)$

C. $F(4,5)$　　D. $F(5,4)$

13. 设 $\hat{\theta}$ 为参数 θ 的无偏估计量，且 $D(\hat{\theta})>0$, 则有

A. $\hat{\theta}^2$ 不是 θ^2 的无偏估计量　　B. $\hat{\theta}^2$ 是 θ^2 的无偏估计量

C. $\hat{\theta}^2$ 不一定是 θ^2 的无偏估计量　　D. $\hat{\theta}^2$ 可能是 θ^2 的无偏估计量

14. 二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}2, & 0\le x\le 1, 0\le y\le x\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，则

$P\{X+Y\le 2\}=$

A. 1　　B. $\dfrac{3}{4}$

C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{1}{4}$

15. 设 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 为来自该总体 $N(\mu,\ \sigma^2)$ 的一个样本，对任意的 $\varepsilon>0$，样本均值 $\bar{X}$ 所满足的切比雪夫不等式为

A. $P\left\{\left|\bar{X}-n\mu\right|<\varepsilon\right\}\ge\dfrac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}$　　B. $P\left\{\left|\bar{X}-\mu\right|\ge\varepsilon\right\}\le 1-\dfrac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}$

C. $P\left\{\left|\bar{X}-\mu\right|<\varepsilon\right\}\ge 1-\dfrac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}$　　D. $P\left\{\left|\bar{X}-\mu\right|\ge\varepsilon\right\}\le\dfrac{\sigma^2}{n^2\varepsilon^2}$

16. 设总体 $X\sim N(\mu,\ \sigma^2)$，$X_1, X_2, \ldots, X_n$ 为来自该总体的一个样本，$\bar{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差。对假设检验问题：$H_0: \mu=\mu_0, H_1: \mu\ne\mu_0$, 在 σ^2 未知的情况下，应该选用的检验统计量为

A. $\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma}\sqrt{n}$　　B. $\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma}\sqrt{n-1}$

C. $\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S}\sqrt{n}$　　D. $\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S}\sqrt{n-1}$

二、多项选择题：本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分。在每小题列出的备选项中至少有两项是符合题目要求的，请将其选出，错选、多选或少选均无分。

17. 下列关于概率性质的描述中正确的有

A. $P(\varnothing)=0$　　B. $P(B-A)=P(B)-P(A)$

C. $P(A)\le 1$　　D. $P(\bar{A})=1-P(A)$

E. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

18. 设 A, B 互不相容，且 $P(A)>0, P(B)>0$, 则有

A. $P(B\mid A)>0$　　B. $P(AB)=P(A)P(B)$

C. $P(A\mid B)=0$　　D. $P(B\mid A)=0$

E. $P(AB)=0$

19. 连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 则 X 的概率密度 $f(x)$ 具有下列性质中的

A. $f(x)$ 是连续函数　　B. 非负性：$f(x)\ge 0$

C. 规范性：$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$　　D. $f(x)$ 在连续点可导

E. $f(x)$ 在连续点 x 处有 $F'(x)=f(x)$

20. X, Y 是两个随机变量，C 为常数，则下列关于数学期望与方差的描述中正确的有

A. $E(C)=C$　　B. $D(C)=C$

C. $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$　　D. $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

E. $E(XY)=E(X)E(Y)$

21. 下列关于 χ^2 分布，t 分布及 F 分布的描述中正确的有

A. χ^2 分布具有可加性

B. t 分布在自由度 $n\to\infty$ 时的极限是标准正态分布

C. 若 $F\sim F(n_1,n_2)$，则 $\dfrac{1}{F}\sim F(n_2,n_1)$

D. 若 $t\sim t(n)$，则 $t^2\sim\chi^2(1,n)$

E. F 分布具有可加性

三、判断题：本大题共 10 小题，每小题 1 分，共 10 分。判断下列各题正误，正确的在答题卡相应位置涂“A”，错误的涂“B”。

22. 若 $P(AB)=P(A)P(B)$ 成立，则有 $P(A\overline{B})=P(A)P(\overline{B})$ 与 $P(\overline{A}\overline{B})=P(\overline{A})P(\overline{B})$ 都成立。

23. 每次试验失败的概率为 $p(0<p<1)$，则在 3 次重复试验中至少成功一次的概率为 $1-p^3$.

24. 连续型随机变量 X 的概率密度与 X 的分布函数是相互决定的。

25. 若二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)$，则 $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy$ 称为 (X,Y) 关于 Y 的边缘概率密度。

26. 若相互独立的随机变量 X 与 Y 都服从标准正态分布，则 $X+Y$ 也服从标准正态分布。

27. 设随机变量 X 的方差为 $D(X)$，$D(10X)=10$，则为 $D(X)=\dfrac{1}{10}$.

28. 若二维随机变量 (X,Y) 的服从二维正态分布，则 X 与 Y 相互独立的充要条件是 X 与 Y 不相关。

29. 设 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，$X_i=\begin{cases}1, & \text{事件}A\text{发生}\\ 0, & \text{否则}\end{cases}, i=1,2,\cdots,100$. 且 $P(A)=0.7$，$X_1,X_2,\ldots,X_{100}$ 相互独立. 令 $Y=\sum_{i=1}^{100}X_i$，则由中心极限定理知 Y 的分布函数 $F(y)$ 近似于 $\Phi\left(\dfrac{y-70}{\sqrt{21}}\right)$.

30. 若总体 X 服从区间 $[0,\theta]$ 上的均匀分布，样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 来自总体 X，则未知参数 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$ 为 $\max\{X_1,\cdots,X_n\}$.

31. 平面上 n 个点 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$ 的几何中心 $\left(\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i,\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i\right)$ 必落在回归直线上。

第二部分　非选择题

四、名词解释题：本大题共 3 小题，每小题 3 分，共 9 分。

32. 随机事件

33. 随机事件的相互独立性

34. 随机变量的分布函数

五、计算题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

35. 将两个车间生产的 100 件同类型产品混放在一起，其中甲车间生产 60 件，乙车间生产 40 件，两个车间的优等品率分别为 5%、3%。现从中任取一件，求取到优等品的概率。

36. 设随机变量 X 的分布律为

X	-1	2	3
p_k	0.25	a	0.25

求（1）a 的值；（2）随机变量 X 的分布函数。

37. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,\ y)=\begin{cases}4.8y(2-x), & 0\le x\le 1, 0\le y\le x\\ 0, & \text{其他}\end{cases},$$

求 (X,Y) 关于 X,Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$.

38. 设随机变量 X,Y 相互独立，$X\sim N(0,9)$, $Y\sim N(1,4)$, $U=X+Y$, $V=X-Y$. 求（1）$E(XY)$; （2）$D(U), D(V)$; （3）$\mathrm{Cov}(U,V)$.

39. 某种型号的螺丝钉的重量是一个随机变量，其重量期望值是 100 克，标准差是 10 克，设它们的重量是相互独立的，求 100 个该型号螺丝钉的重量超过 10.2 千克的概率。（结果用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 的函数值表示）

六、综合题：本大题共 2 小题，每小题 15 分，共 30 分。

40. 假设广西某城市居民每户的周消费额 X（元）服从正态分布 $N(\mu,25)$. 现在随机抽查 100 户居民，计算得到他们的平均周消费额 $\overline{X}=450.88$ 元，问在显著水平 $\alpha=0.05$ 下，可否认为该城市居民的周消费额为 450 元？（标准正态分布的上 $\dfrac{\alpha}{2}$ 分位点：$Z_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$）

41．设 $X_1, X_2, \cdots, X_{25}$ 是取自总体 X 的一个样本，其中 X 服从参数为 λ 的泊松分布，

λ 未知，$\lambda > 0$．若有一组样本值：

X	0	1	2	3	4
频数	17	20	10	2	1

求(1) λ 的矩估计值；(2) λ 的极大似然估计值。

正保自考365 www.zikao365.com 自考365官方订阅号：zhengbaozikao365

正保自考365 www.zikao365.com 自考365官方订阅号：zhengbaozikao365