

## 2023年10月高等教育自学考试全国统一命题考试

## 高等数学(一)

(课程代码 00020)

## 注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

## 第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共10小题, 每小题3分, 共30分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 方程  $x^2 - 3x - 18 = 0$  的根是
 

A. $x_1 = -3, x_2 = 6$	B. $x_1 = 3, x_2 = 6$
C. $x_1 = 3, x_2 = -6$	D. $x_1 = -3, x_2 = -6$
2. 函数  $y = \sqrt{x+2} + \frac{1}{\sqrt{1-x}}$  的定义域是
 

A. $[-2, 1]$	B. $(-2, 1]$
C. $[-2, 1)$	D. $(-2, 1)$
3. 极限  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 3x + 2} =$ 

A. 2	B. 3	C. 4	D. 5
------	------	------	------
4. 函数  $f(x) = \frac{1}{e^{x-1} + 1}$  间断点的个数是
 

A. 0	B. 1	C. 2	D. 3
------	------	------	------
5. 设函数  $f(x) = e^{\sin(x^2+x)}$ , 则导数  $f'(0) =$ 

A. 1	B. e	C. $\sin 1$	D. $\cos 1$
------	------	-------------	-------------
6. 已知商品的需求函数  $Q(P) = e^{-\frac{P}{2}}$ ,  $P$  为价格. 则  $P=2$  时的需求弹性为
 

A. -2	B. -1	C. 1	D. 2
-------	-------	------	------
7. 对于曲线  $y = 2^x$ , 下列结论正确的是
 

A. 仅有水平渐近线	B. 既有水平渐近线又有铅直渐近线
C. 仅有铅直渐近线	D. 既无水平渐近线又无铅直渐近线
8. 曲线  $y = -\frac{3}{2}x^3 + \frac{9}{2}x^2$  的拐点为
 

A. (0,0)	B. (1,3)	C. $x=1$	D. $y=3$
----------	----------	----------	----------
9. 定积分  $\int_0^1 \frac{2x}{1+x^2} dx =$ 

A. 0	B. 1	C. $\frac{\pi}{4}$	D. $\ln 2$
------	------	--------------------	------------
10. 函数  $z = e^{xy}$  在点 (1,1) 处的全微分  $dz =$ 

A. $dx + dy$	B. $dx - dy$	C. $e(dx + dy)$	D. $e(dx - dy)$
--------------	--------------	-----------------	-----------------

## 第二部分 非选择题

二、简单计算题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

11. 已知函数  $f(x-1) = x^2 + 2x + 3$ ，求  $f(x+1)$ 。

12. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{1}{3x}}$ 。

13. 设函数  $y = \ln(\cos \frac{1}{x})$ ，求导数  $\frac{dy}{dx}$ 。

14. 确定函数  $y = \ln x + x$  在区间  $(0, +\infty)$  内的单调性。

15. 设函数  $z = x^2 y + \ln(x^2 + y^2) + e^{3x+2y}$ ，求偏导数  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 。

三、计算题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

16. 求  $a$  的值，使得函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)}{x}, & -1 < x < 0, \\ x^2 + 2x + a, & x \geq 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续。

17. 设函数  $y = y(x)$  由方程  $x^2 + y = e^{xy}$  所确定，求曲线  $y = y(x)$  在点  $(0, y(0))$  处的切线方程。

18. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \sin x}{3x^2}$ 。

19. 求不定积分  $\int x^2 e^{3x} dx$ 。

20. 求微分方程  $\frac{dy}{dx} = xy^2 + x$  的通解，并求满足初始条件  $y|_{x=0} = 0$  的特解。

四、综合题：本大题共 4 小题，共 25 分。

21. (本小题 6 分)

已知生产  $q$  吨产品的总成本函数  $C(q) = 20 + 2q + \frac{1}{2}q^2$  万元。销售价格为每吨 20 万元。

假设产销平衡。

(1) 求总利润函数  $L(q)$ ；

(2) 问产量为多少时可获得最大利润，并求最大利润。

22. (本小题 6 分)

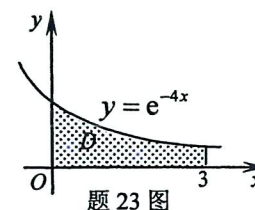
设  $f(x)$  的一个原函数为  $e^{x^2}$ ，求定积分  $I = \int_1^2 x f'(x) dx$ 。

23. (本小题 6 分)

设由曲线  $y = e^{-4x}$  与两个坐标轴以及直线  $x=3$  所围成的平面图形为  $D$ 。求：

(1)  $D$  的面积  $A$ 。

(2)  $D$  绕  $x$  轴旋转一周的旋转体体积  $V_x$ 。

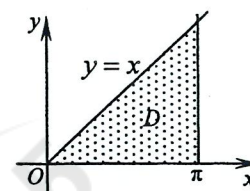


题 23 图

24. (本小题 7 分)

计算二重积分  $I = \iint_D x \cos y dx dy$ ，其中  $D$  是由

直线  $y = x$ ,  $x = \pi$  及  $x$  轴围成的平面区域。



题 24 图