

### 2023 年 10 月高等教育自学考试全国统一命题考试

## 离散数学

(课程代码 02324)

#### 注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

### 第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共 15 小题, 每小题 1 分, 共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 令  $p$ : 今天我上班,  $q$ : 今天我休息。命题“今天我要么上班要么休息”的符号化形式为

- |                      |   |
|----------------------|---|
| A. $p \vee q$        | B. $q \rightarrow p$                          |
| C. $\neg p \wedge q$ | D. $(\neg q \wedge p) \vee (q \wedge \neg p)$ |

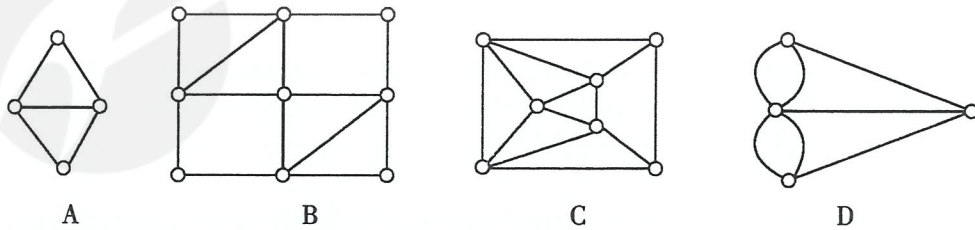
2. 设令  $F(x)$ :  $x$  是火车,  $G(x)$ :  $x$  是汽车,  $L(x, y)$ :  $x$  比  $y$  快。命题“有的火车比有的汽车快”的符号化形式为

- |   |
|---|
| A. $\forall x(F(x) \rightarrow \forall y(G(y) \rightarrow L(x, y)))$      |
| B. $\exists x(F(x) \wedge \exists y(G(y) \wedge L(x, y)))$                |
| C. $\neg \exists y(G(y) \wedge \forall x(F(x) \rightarrow L(y, x)))$      |
| D. $\neg \forall y(G(y) \rightarrow \forall x(F(x) \rightarrow L(x, y)))$ |

3. 下列关于小项和大项的性质表述正确的是

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| A. 任意两个不同小项的合取式必为真 | B. 任意两个不同大项的析取式必为假 |
| C. 任意两个不同小项的析取式必为假 | D. 大项的否定是小项        |

4. 下图中是欧拉图的为



5. 设有非空集合  $A$  上的全域关系  $S$ , 则关系  $S$  不是

- |         |          |
|---------|----------|
| A. 自反关系 | B. 对称关系  |
| C. 传递关系 | D. 反对称关系 |

6. 简单无向图  $G$  有 9 条边, 每个结点都是 3 度结点, 则  $G$  的结点数

- |      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| A. 5 | B. 6 | C. 7 | D. 8 |
|------|------|------|------|

7. 下列谓词恒等式, 不正确的是

- |   |
|---|
| A. $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$ |
| B. $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$ |
| C. $\forall x(P \rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow P \rightarrow \forall xQ(x)$  |
| D. $\exists x(P \rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow P \rightarrow \exists xQ(x)$  |

8. 下列度数列中, 不能构成简单无向图的是

- |                    |                 |
|--------------------|-----------------|
| A. {1, 1, 1, 2, 3} | B. {1, 2, 2, 3} |
| C. {6, 2, 2, 2, 4} | D. {3, 3, 3, 3} |

9. 设  $A = \{3z \mid z \in Z\}$ , 运算为实数加法  $+$  和乘法  $*$ , 则  $\langle A, +, * \rangle$  构成的代数系统是

- |      |       |
|------|-------|
| A. 环 | B. 整环 |
| C. 域 | D. 格  |

10. 集合  $A$  上的自反关系  $R$  的关系矩阵为  $M$ , 则  $M$  的元素必定

- |             |             |
|-------------|-------------|
| A. 对角线上全是 0 | B. 关于反对角线对称 |
| C. 关于对角线对称  | D. 对角线上全是 1 |

11. 已知  $A, B, C, D$  是任意集合, 则下列各式成立的是

- |  |
|--|
| A. $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D)$       |
| B. $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$                |
| C. $(A \oplus B) \times (C \oplus D) = (A \times C) \oplus (B \times D)$ |
| D. $(A - B) \times (C - D) = (A \times C) - (B \times D)$                |

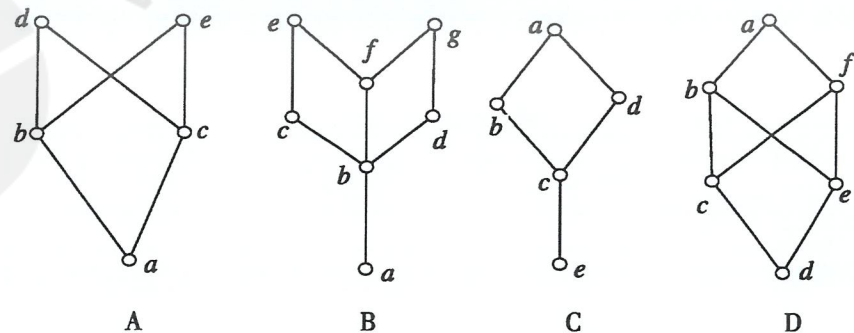
12. 要从完全图  $K_4$  中得到一棵生成树, 需要删除的边数为

- |      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| A. 1 | B. 2 | C. 3 | D. 4 |
|------|------|------|------|

13. 设有集合  $A$  上的关系  $R_1$  和  $R_2$ , 下列命题为真的是

- |  |
|--|
| A. 若关系 $R_1$ 和 $R_2$ 是自反的, 则 $R_1 \circ R_2$ 也是自反的   |
| B. 若关系 $R_1$ 和 $R_2$ 是对称的, 则 $R_1 \circ R_2$ 也是对称的   |
| C. 若关系 $R_1$ 和 $R_2$ 是传递的, 则 $R_1 \circ R_2$ 也是传递的   |
| D. 若关系 $R_1$ 和 $R_2$ 是反自反的, 则 $R_1 \circ R_2$ 也是反自反的 |

14. 下图中 4 个偏序集的图形, 能构成格的是



15. 设有穷集合  $A$  的元素个数为  $m$ , 则  $A$  到  $A$  的不同单射函数的个数为

- |         |          |          |         |
|---------|----------|----------|---------|
| A. $m!$ | B. $m^m$ | C. $m^2$ | D. $2m$ |
|---------|----------|----------|---------|

## 第二部分 非选择题

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

16. 设集合  $A$  上的关系  $R_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, d \rangle \}$ ,  $R_2 = \{ \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, b \rangle \}$ , 则  $R_1 \circ R_2 =$  \_\_\_\_\_,  $R_2 \circ R_1 =$  \_\_\_\_\_。
17. 设  $R$  为实数集合,  $f: R \rightarrow R, f(x) = 3x - 1$ , 则  $f(1) =$  \_\_\_\_\_, 函数  $f$  是 \_\_\_\_\_ 射函数。
18. 自然数集合  $N$  上的关系  $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in N, x + 2y = 10 \}$ , 则  $dom R =$  \_\_\_\_\_,  $R^{-1} =$  \_\_\_\_\_。
19. 一个连通平面图中, 有 6 个顶点和 9 条边, 其平面表示中共有 \_\_\_\_\_ 个面。
20. 设论域为整数集, 命题公式  $\forall x(x^2 \geq x)$  的真值为 \_\_\_\_\_, 命题公式  $\forall x \exists y(x^2 + y^2 = 6)$  的真值为 \_\_\_\_\_。
21. 一个  $n$  阶无向简单图  $G$ , 它的边最多有 \_\_\_\_\_ 条。
22. 一棵 5 阶无向树  $T$ , 其非同构的树共有 \_\_\_\_\_ 棵。
23. 设集合  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $\forall x, y \in A, x * y = (x + y) \bmod 6$ , 则群  $\langle A, * \rangle$  的单位元是 \_\_\_\_\_, 任意非单位元的元素  $x$  的逆元是 \_\_\_\_\_。
24. 一个  $n$  阶连通图  $G$ , 则其关联矩阵的非零元素个数最少为 \_\_\_\_\_ 个。
25. 设集合  $A = \{1, 2\}$ , 集合  $B = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $P(B)$  为  $B$  的幂集, 则  $|A \times B| =$  \_\_\_\_\_, 而  $|P(B) \times A| =$  \_\_\_\_\_。

三、计算题：本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分。

26. 用真值表法判断命题公式  $((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$  是重言式。
27. 求命题公式  $(\neg P \vee R) \wedge (P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee \neg R)$  的主析取范式。
28. 对于实数集合  $R$ , 下表所列的二元运算是否具有左边一列中的那些性质, 填写下表 (具备某项性质填写“是”, 不具备填写“否”。将题 28 表绘制在答题卡上作答。)

题 28 表

运算 性质	$\max(x, y)$	$\min(x, y)$	$ x - y $
可结合性			
可交换性			

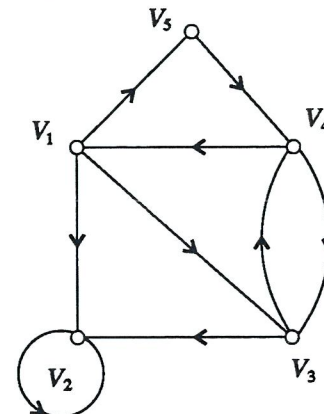
29. 画出下列集合关于整除关系的哈斯图：

$\{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

并判定该偏序集是否构成格。

30. 有向图  $D$  如题 30 图所示, 回答以下问题

- (1) 写出  $D$  的邻接矩阵  $A$ ;
- (2)  $D$  中长度为 1、2、3、4 的通路各有多少条? 其中回路分别为多少条?

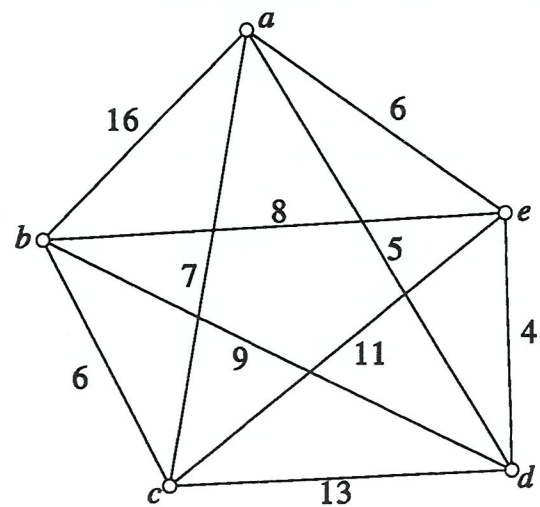


题 30 图

四、证明题：本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分。

31. 设有正整数的序偶集合  $A$ , 在  $A$  上定义的二元关系  $R$  如下：  
 $\langle \langle x, y \rangle, \langle u, v \rangle \rangle \in R$ , 当且仅当  $xv = yu$   
 证明： $R$  是一个等价关系。
32. 证明：  
 $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow \forall xP(x) \vee \exists x Q(x)$  是永真式。
33. 设图  $G$  中有  $n$  个结点,  $m$  条边, 其中有  $n_k$  个结点的度数为  $k$ , 其余结点的度数均为  $k + 1$ 。  
 证明： $n_k = (k + 1)n - 2m$
- 五、综合应用题：本大题共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分。
34. 对集合  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  上的划分  $S = \{\{1, 3, 5\}, \{2, 6\}, \{4\}\}$   
 (1) 写出该划分对应的二元关系  $R$  的集合表达式;  
 (2) 画出关系  $R$  的关系图。

35. 某开发区有新建的 5 个工厂,相互之间的距离由下图表示(单位为千米)



题 35 图

现要架设供电线路,在保障每个工厂能送电的情况下,请找出最短的供电线路铺设方案,并计算出该方案的线路长度。