机密★启用前

贵州省 2023 年 10 月高等教育自学考试

工程数学

（课程代码　06268）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题（共 20 分）

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 设 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=2$，则 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}=$

A. 2　　B. −2　　C. 0　　D. 无法计算

2. 方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=0 \\ kx_1+3x_2+2x_3=0 \\ 4x_1+9x_2+4x_3=0 \end{cases}$ 有非零解，则 k 应满足条件

A. $k\neq -2$　　B. $k=-2$　　C. $k\neq 2$　　D. $k=2$

3. 设 A、B 都是 n 阶方阵，则下列式子一定成立的是

A. $R(A)\le R(AB)$　　B. $R(A+B)=R(A)+R(B)$

C. $R(A,B)=R(A)+R(B)$　　D. $R(A+B)\le R(A)+R(B)$

4. 设 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，则 $(AB)^T=$

A. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$　　C. $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$　　D. 无法计算

5. 设 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}(ad-bc\neq 0)$，则 $A^{-1}=$

A. $\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} -d & b \\ c & -a \end{pmatrix}$　　B. $\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & b \\ c & a \end{pmatrix}$

C. $\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$　　D. $\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} -d & -b \\ -c & -a \end{pmatrix}$

6. 若 n 阶方阵 A 满足 $|A|\neq 0$，则有

A. $|A^*|=|A|$　　B. $A^{-1}=|A|A^*$　　C. $AA^*=|A|E$　　D. $(A^*)^*=A$

7. 若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性无关，则下列说法正确的是

A. $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_s\alpha_s=0$ 当且仅当 $k_1=k_2=\cdots=\alpha_s=0$

B. $R(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_S)=s$

C. 向量组 α_1，$\alpha_2,\cdots$，α_s 的最大无关组就是 α_1，$\alpha_2,\cdots$，α_s

D. 以上说法都正确

8. 设 n 阶方阵 A 的 n 个特征值为 λ_1，$\lambda_2,\cdots$，λ_n，则有

A. $\lambda_1=a_{11},\lambda_2=a_{22},\cdots,\lambda_n=a_{nn}$　　B. $|A|=\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n$

C. $|A|=\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n$　　D. $\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n=a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$

9. 若矩阵 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 2 \end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ 相似，则有

A. $b=-5$　　B. $b=5$　　C. $b=1$　　D. $b=2$

10. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^{2}+x_3^{2}+2x_1x_2+2x_2x_3$ 的秩为

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

第二部分　非选择题（共 80 分）

二、填空题：本大题共 5 空，每空 2 分，共 10 分。

11.已知三阶矩阵 A 的特征值是1,2,3 则 $\left|A^{-1}\right|=$________________.

12.设向量 $\alpha_1=(1,1,1)^T,\alpha_2=(1,0,2)^T,\alpha_3=(-1,-4,k)^T$ 线性无关，则 k 应满足条件________________.

13. 设 A 为三阶方阵且 $R(A)=2$, $\eta_1=(-1,3,0)^T$ 和 $\eta_2=(2,-1,1)^T$ 是非齐次线性方程组 $AX=b$ 的两个解向量，则 $AX=b$ 的通解为____________________________.

14.已知向量 $\alpha=(1,2,3)^T$ 与 $\beta=(k,-1,1)^T$ 正交，则 $k=$______________.

15.设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^{2}+tx_2^{2}+8x_3^{2}+2x_1x_2-4x_2x_3$ 为正定二次型，则 t 的取值范围为______________.

三、计算题：本大题共 6 小题，每小题 10 分，共 60 分。

16. 计算行列式 $D=\begin{vmatrix}1&1&-1&3\\-1&-1&2&1\\2&5&2&4\\1&2&3&2\end{vmatrix}$ 的值.

17.设 $A=\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}1&0&1\\-1&1&2\end{pmatrix}$,求 $(AB)^T$ 及 A^n.

18. 设方阵 $A=\begin{pmatrix}2&2&0\\2&1&3\\0&1&0\end{pmatrix}$ 且满足 $AX=A+X$,求矩阵 X .

19. 当 λ 取何值时，非齐次线性方程组

$$\begin{cases}x_1+x_2-3x_3-x_4=1\\3x_1-x_2-3x_3+4x_4=4\\x_1+5x_2-9x_3-8x_4=\lambda\end{cases}$$

有无穷多组解，并求其通解.

20. 求向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}5\\2\\1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\1\\-6\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$ 的秩及其一个最大无关组，并将剩余向量用该最大无关组线性表示.

21. 用配方法将二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^{2}+x_2^{2}-4x_1x_2+2x_2x_3$ 化为标准形，写出相应的可逆线性变换，并判断该二次型是否为正定二次型.

四、证明题：本题 10 分。

22. 设 A 为 n 阶方阵且 $R(A)=n-1$, A^*是A 的伴随矩阵，证明: $R(A^*)=1$.