机密★启用前

贵州省2023年10月高等教育自学考试

工程数学（线性代数、概率论与数理统计）

（课程代码　10993）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题（共28分）

一、单项选择题：本大题共14小题，每小题2分，共28分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1\. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 6 \\ 9 & 25 & 36 \end{vmatrix} =$

A. 1　　B. 6　　C. -6　　D. 0

2\. 设A经过初等行变换变为B，则

A. $R(\mathbf{A})<R(\mathbf{B})$　　B. $R(\mathbf{A})=R(\mathbf{B})$

C. $R(\mathbf{A})>R(\mathbf{B})$　　D. 无法判定 $R(\mathbf{A})$ 与 $R(\mathbf{B})$ 之间的关系

3\. 设非齐次线性方程组 $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ 的系数矩阵A是 4×5 矩阵，且A的行向量组线性无关，则有

A. A的列向量组线性无关

B. 增广矩阵 $(\mathbf{A},\mathbf{b})$ 的行向量组线性无关

C. 增广矩阵 $(\mathbf{A},\mathbf{b})$ 的任意4个列向量组线性无关

D. 增广矩阵 $(\mathbf{A},\mathbf{b})$ 的列向量组线性无关

4\. 在4元非齐次方程组 $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ 的计算中，若 $R(\mathbf{A})=3, R(\mathbf{A},\mathbf{b})=4$，则可判断方程组解的情况为

A. 无解　　B. 有唯一解　　C. 有无穷多解　　D. 无法判断

5\. n 阶方阵A与对角矩阵相似的充分必要条件是

A. 矩阵A的行列式 $|\mathbf{A}|\neq 0$　　B. 矩阵A有 n 个特征值

C. 矩阵A有 n 个线性无关的特征向量　　D. 矩阵A的特征方程没有重根

6\. 设3阶方阵A的特征值为 $-1,1,2$，则 $\mathbf{B}=(3\mathbf{A}^*)^{-1}$ 的特征值为

A. $1,-1,-2$　　B. $\frac{1}{6},-\frac{1}{6},-\frac{1}{3}$　　C. $-\frac{1}{6},\frac{1}{6},\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2},\frac{-1}{2},-1$

7\. 实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+3x_3^2+2x_1x_2$ 是

A. 正定的　　B. 半正的　　C. 负定的　　D. 半负定的

8\. 设某篮球运动员进行三次投篮练习，用 A_i 表示事件“第 i 次投中”（i=1,2,3)，那么下列哪个选项描述“运动员连续投中两次”

A. $\overline{A_1\overline{A_2}A_3}$　　B. $(A_1A_2\overline{A_3})\cup(\overline{A_1}A_2A_3)$

C. $(A_1\overline{A_2A_3})\cup(\overline{A_1A_2}A_3)$　　D. $(A_1A_2\overline{A_3})\cup(\overline{A_1}A_2A_3)\cup(A_1\overline{A_2}A_3)$

9\. 如果 A 和 B 互不相容，且 $P(A)=0.1$，$P(A\cup B)=0.3$，那么 $P(B)=$

A. 0.2　　B. 0.1

C. 0.15　　D. 0.4

10\. 下列分布不属于连续型分布的是

A. 均匀分布　　B. 指数分布　　C. 泊松分布　　D. 正态分布

11\. 若X～N(3, 2^2)，$\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数,则 $P(-1\le x\le 1)=$

A. 2Φ(1)-1　　B. Φ(2)-Φ(1)　　C. Φ(1)+Φ(2)　　D. Φ(1)-Φ(2)

12\. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合分布函数为 $F(x,y)$，则 (X,Y) 关于 Y 的边缘分布函数 $F_Y(y)=$

A. $F(x,+\infty)$　　B. $F(x,-\infty)$　　C. $F(-\infty,y)$　　D. $F(+\infty,y)$

13. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 $X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$ 的样本,则下面为统计量的是

A. $X_1 + \sigma$　　　　B. $X_n + \sigma + \mu$

C. $X_1 + X_2$　　　　D. $\sum_{i=1}^{n}(\frac{X_i - \mu}{\sigma})^2$

14. 设 σ^2 是总体的方差,则样本方差 $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2$ 是 σ^2 的(　　)估计

A. 仅仅是无偏　　　　B. 有偏

C. 不确定　　　　D. 既是无偏又是相合

第二部分　非选择题（共 72 分）

二、填空题：本大题共 6 空，每空 2 分，共 12 分。

15. 向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \boldsymbol{\alpha}_2 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \boldsymbol{\alpha}_3 = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ 的秩为________________.

16. 设 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\2 & 1 & 0\\-3 & 2 & -5\end{pmatrix}$，则 $\mathbf{A}^* =$________________________.

17. 设三维空间间的两个基为

$\mathrm{I}: \boldsymbol{\alpha}_1 = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \boldsymbol{\alpha}_2 = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}, \boldsymbol{\alpha}_3 = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$;　$\mathrm{II}: \boldsymbol{\beta}_1 = \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}, \boldsymbol{\beta}_2 = \begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix}, \boldsymbol{\beta}_3 = \begin{pmatrix}3\\4\\3\end{pmatrix}$;

则从基 I 到基 II 的过渡矩阵为________________________.

18. 设 $X_1, X_2 \cdots X_n$ 为来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本，则 $\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim$________.

19. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-2x} & x \geq 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

则 $E(X) =$________.

20. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

Y \ X	0	1
0	7/15	7/30
1	7/30	1/15

则 $P(Y = 0 \mid X = 0) =$________.

三、计算题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

21. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix}3 & 1 & -1 & 2\\-5 & 1 & 3 & -4\\2 & 0 & 1 & -1\\1 & -5 & 3 & -3\end{vmatrix}$

22. 设 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\2 & 2 & 1\\3 & 4 & 3\end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix}2 & 1\\5 & 3\end{pmatrix}, \mathbf{C} = \begin{pmatrix}1 & 3\\2 & 0\\3 & 1\end{pmatrix}$，求矩阵 $\mathbf{X}$ 使满足 $\mathbf{AXB} = \mathbf{C}$.

23. 求向量组

$\boldsymbol{\alpha}_1 = (1,2,-1,1)^T, \boldsymbol{\alpha}_2 = (2,0,t,0)^T, \boldsymbol{\alpha}_3 = (0,-4,5,-2)^T, \boldsymbol{\alpha}_4 = (3,-2,t+4,-1)^T$

的秩和一个极大无关组.

24. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x/2 & 0 \leq x < 1 \\ x - 1/2 & 1 \leq x < 1.5 \\ 1 & x \geq 5 \end{cases}$，求 $P\{0.4 < X \leq 1.3\}$.

25. 有三个工厂的灯泡供应市场,其中甲厂占 50%，乙厂占 30%，丙厂占 20%，又甲、乙、丙厂灯泡的正品率分别为 96%，90%，85%，如果买到一个次品灯泡,求此灯泡为乙厂生产的概率.

26．设随机变量(X,Y)的分布律为

$X \backslash Y$	1	2	3
1	1/6	1/9	1/18
2	1/3	a	1/9

试求(1) a 的值； (2) $P\{1 \le X \le 2, 2 \le Y \le 3\}$ 的值；

四、证明题：本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分。

27．证明方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = a_1 \\ x_2 - x_3 = a_2 \\ x_3 - x_4 = a_3 \\ x_4 - x_5 = a_4 \\ x_5 - x_1 = a_5 \end{cases}$ 有解的充要条件是 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 0$.

28．设随机变量 X 具有数学期望 $E(X) = \mu$, 方差 $D(X) = \sigma^2 \neq 0$. 记 $X^* = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$,

证明：$E(X^*) = 0, D(X^*) = 1$.

五、综合题：本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分。

29．设 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$,求 A 的特征值与特征向量.

30．设 $X \sim f_X(x) = \begin{cases} x/8, & 0 < x < 4 \\ 0, & 其它 \end{cases}$，求 $Y = 2X + 8$ 的概率密度.