

2024年4月高等教育自学考试全国统一考试

高等数学（一）

（课程代码 00020）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题3分，共30分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 函数 $f(x) = \ln x - \ln(x-1)$ 的定义域是
 - A. $(-1, +\infty)$
 - B. $(0, +\infty)$
 - C. $(1, +\infty)$
 - D. $(0, 1)$
2. 当 $x \rightarrow 0$ 时，下列变量与 x^2 相比为等价无穷小量的是
 - A. $1 - \cos x$
 - B. $\sin x^2$
 - C. $\ln(1+x)$
 - D. $\sqrt{1+x^2} - 1$
3. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1}, & x \neq -1 \\ a, & x = -1 \end{cases}$ ，在 $x = -1$ 处连续，则 $a =$
 - A. 0
 - B. -1
 - C. -2
 - D. 2

4. 若函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，则

- A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0)$
- B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) - f(x)}{x} = 2f'(0)$
- C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(0) - f(-x)}{x} = -f'(0)$
- D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(-x)}{x} = 2f'(0)$

5. 若 $f'(0) = 0$ ，则 $x=0$ 一定是

- A. 驻点
- B. 极大值点
- C. 极小值点
- D. 拐点

6. 曲线 $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ 的水平渐近线为

- A. $x=1$
- B. $x=0$
- C. $y=0$
- D. $y=1$

7. 若函数 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，则

- A. $\int F(x)dx = f(x) + C$
- B. $\int f(x)dx = F(x) + C$
- C. $\int f'(x)dx = F(x) + C$
- D. $\int F'(x)dx = f(x) + C$

8. 设 $x = \ln \frac{z}{y}$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$

- A. 1
- B. e^x
- C. ye^x
- D. y

9. 设 D 是由直线 $y=x, y=2x, y=1$ 所围成的有界区域，则 $\iint_D 4dx dy =$

- A. 2
- B. 1
- C. 4
- D. 6

10. 若 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续，则 $\int_0^1 f(x)dx$ 是

- A. 确定的常数
- B. $f(x)$ 的全体原函数
- C. $f(x)$ 的一个原函数
- D. 任意的常数

第二部分 非选择题

二、简单计算题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

11. 求不等式 $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ 的解集.

12. 求函数 $y = \frac{1}{3}x + 1$ 的反函数.

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 2x^2 + 2)$.

14. 设 $y = \sin(2x + 3)$, 求 y' .

15. 求定积分 $\int_{-3}^3 \frac{x \cos x}{1 + x^2} dx$.

三、计算题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

16. 设 $y = x^2 e^x$, 求 y'' .

17. 求函数 $y = \ln(1 + x^2)$, $x \in [-1, 2]$ 的最大值和最小值.

18. 求方程 $y' = 2xy$ 的通解.

19. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t^2 dt}{x^3}$.

20. 计算反常积分 $\int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{1 + e^x} dx$.

四、综合题：本大题共 4 小题，第 21、22、23 小题各 6 分，第 24 小题 7 分，共 25 分。

21. 求曲线 $y = x^4 - 2x^3 + 1$ 的拐点.

22. 设 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2\}$, 求 $\iint_D x^2 y dx dy$.

23. 设 D 是由曲线 $y = x^3$ 与直线 $x = 1, y = 0$ 所围成的有界区域, 求 D 绕 x 轴旋转所得的旋转体体积.

24. 设 $f(u)$ 可微, $z = f(x^2 + y^2)$, 求证: $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.