

绝密★启用前

2024年4月高等教育自学考试全国统一命题考试

高等数学(工本)

(课程代码 00023)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分,第一部分为选择题,第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答,答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔,书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题:本大题共10小题,每小题3分,共30分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设向量 $a = \{-1, 0, 1\}$ 且 $b = \{1, -1, 1\}$, 则 $2a + b =$
 A. $\{1, -1, 3\}$ B. $\{-1, -1, -3\}$
 C. $\{0, -1, 3\}$ D. $\{-1, -1, 3\}$
2. 设函数 $z = x^2 + y^2$, 则全微分 $dz|_{(1,1)} =$
 A. 4 B. $dx + dy$
 C. $2(dx + dy)$ D. $4(dx + dy)$
3. 下列微分方程中,可分离变量的微分方程是
 A. $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$ B. $\frac{dy}{dx} = e^{xy}$
 C. $\frac{dy}{dx} = x \sin(x + y)$ D. $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$
4. 设级数 $\sum_{n=0}^{\infty} 2x^n$ 收敛,则 x 的取值可为下列数值中的
 A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2

5. 设积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq R^2$, 则二重积分 $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy =$
 A. $\frac{1}{2}\pi R^3$ B. $\frac{3}{2}\pi R^3$ C. $\frac{1}{2}\pi R^4$ D. πR^4
6. 过点 $M(1, 2, -1)$ 且与直线 $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z+1}{1}$ 平行的直线是
 A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}$ B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-1}$
 C. $x + 2y - z - 4 = 0$ D. $x - 3y - z + 4 = 0$
7. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1}{y} \sin(xy) =$
 A. 0 B. 1 C. 2 D. ∞
8. 设积分区域 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 10$, 则三重积分 $\iiint_{\Omega} (2x - z) dx dy dz =$
 A. 0 B. $\frac{4}{3}\pi$ C. $\frac{8}{3}\pi$ D. 4π
9. 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ 的和为
 A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. $\frac{5}{2}$
10. 设 C_1, C_2 是任意常数, 则微分方程 $y'' = 2x + 1$ 的通解 $y =$
 A. $\frac{1}{3}x^3 + x^2 + C_1x + C_2$ B. $\frac{1}{2}x^2 + C_1x + C_2$
 C. $x^3 + x^2 + C_1x + C_2$ D. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + C_1x + C_2$

第二部分 非选择题

二、计算题:本大题共10小题,每小题6分,共60分。

11. 求两直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+8}{1}$ 与 $L_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$ 的夹角 θ 。
12. 求平面 $x - 2y + 2z - 3 = 0$ 的法向量的方向余弦。
13. 求曲面 $z = 4 - x^2 - y^2$ 在点 $(1, 1, 2)$ 处的切平面方程。
14. 求函数 $u = 2xy - z^2$ 在点 $(2, -1, 1)$ 处的梯度。

座位号:

姓名:

15. 求函数 $f(x, y) = 4(x - y) - x^2 - y^2$ 的极值.

16. 计算二重积分 $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$, 其中积分区域 D 是由 $y = \frac{1}{x}$, $y = x$ 及 $x = 2$ 所围的闭区域.

17. 计算对弧长的曲线积分 $I = \int_L y ds$, 其中 L 是由点 $A(\frac{1}{2}, -1)$ 沿 $y^2 = 2x$ 到点 $B(2, 2)$ 的一段弧.

18. 计算对坐标的曲线积分 $I = \oint_L (e^y \cos x - y + 1) dx + (e^y \sin x + x^2) dy$, 其中 L 是由 $y = x$, $y = 1$ 及 $x = 0$ 所围闭区域 D 的取正向的边界曲线.

19. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n}{1+n^2}$ 的敛散性.

20. 求微分方程 $y'' - 2y' - 3y = 0$ 的通解.

三、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分。

21. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{2n+1} x^n$ 的收敛半径和收敛区间.

22. 计算对坐标的曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2 - 1) dx dy$, 其中 Σ 是半球面 $z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$ 的上侧.