

概率论与数理统计（二）

（课程代码 02197）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。在每小题列出的备选项中

只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 掷一颗骰子，观察出现的点数。A 表示事件“出现 2 点”，B 表示事件“出现奇数点”，则
 - A. $A \subset B$
 - B. $A \subset \bar{B}$
 - C. $B \subset A$
 - D. $\bar{A} \subset B$
2. 设随机事件 A 与 B 互不相容， $P(A) = 0.4$ ， $P(B) = 0.2$ ，则 $P(A|B) =$
 - A. 0
 - B. 0.2
 - C. 0.4
 - D. 0.5
3. 掷一枚不均匀硬币，正面朝上的概率为 $\frac{2}{3}$ ，将此硬币连续掷 4 次，则恰好 3 次正面朝上的概率是
 - A. $\frac{8}{81}$
 - B. $\frac{8}{27}$
 - C. $\frac{32}{81}$
 - D. $\frac{3}{4}$

4. 设随机变量 $X \sim U(2, 4)$ ，则 $P\{3 < X < 4\} =$

- A. $P\{2.25 < X < 3.25\}$
- B. $P\{1.5 < X < 2.5\}$
- C. $P\{3.5 < X < 4.5\}$
- D. $P\{4.5 < X < 5.5\}$

5. 设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，则 $P\{-1 \leq X \leq 1\} =$

- A. 0
- B. 0.25
- C. 0.5
- D. 1

6. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

	Y	0	1	2
X				
1		0.1	0.2	0.3
2		0.2	0.1	0.1

则 $P\{X + Y = 3\} =$

- A. 0.1
- B. 0.2
- C. 0.3
- D. 0.4

7. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布函数为 $F(x, y)$ ， (X, Y) 关于 X 的边缘分布函数为

$F_X(x)$ ，则 $F_X(x) =$

- A. $F(-\infty, y)$
- B. $F(+\infty, y)$
- C. $F(x, -\infty)$
- D. $F(x, +\infty)$

8. 设随机变量 $X \sim N(3, 2^2)$ ，则 $E(2X + 3) =$

- A. 3
- B. 6
- C. 9
- D. 15

9. 设 (X, Y) 为二维随机变量，则与 $\text{Cov}(X, Y) = 0$ 不等价的是

- A. X 与 Y 相互独立
- B. $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$
- C. $D(X - Y) = D(X) + D(Y)$
- D. $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$

10. 设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 相互独立, 且 $X_k, k=1, 2, \dots$ 都服从参数为 $\frac{1}{2}$ 的指

数分布, 则当 n 充分大时, 随机变量 $Y_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$ 的概率分布近似服从

- A. $N(2, 4)$ B. $N\left(2, \frac{4}{n}\right)$
 C. $N\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4n}\right)$ D. $N(2n, 4n)$

第二部分 非选择题

二、填空题: 本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分。

11. 从 $1, 2, \dots, 10$ 这 10 个自然数中任取 3 个数, 则这 3 个数中最大数是 3 的概率是 _____.
 12. 设 A, B 为两个随机事件, $P(A) = 0.8, P(AB) = 0.5$, 则 $P(A\bar{B}) =$ _____.
 13. 设 A, B, C 表示三个随机事件, 则用 A, B, C 的运算表示事件 A, B, C 都发生为 _____.
 14. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其分布函数为 $F(x)$, $\phi(x)$ 为标准正态分布函数, 则 $F(x)$ 与 $\phi(x)$ 之间的关系为 $F(x) =$ _____.
 15. 已知随机变量 X 的分布律为

X	1	2	3	4	5
P	$2a$	0.1	0.3	a	0.3

则常数 $a =$ _____.

16. 已知随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{1}{x^2}, & x \geq 1. \end{cases}$ 则 $P\{0 < X \leq 2\} =$ _____.

17. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 其分布函数分别为 $F_X(x), F_Y(y)$, 则二维随机变量 (X, Y) 的分布函数 $F(x, y) =$ _____.

18. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} c, & 0 < x < 1, 0 < y < 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 则常数

$c =$ _____.

19. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $D(X) = 2, D(Y) = 1$, 则 $D(X - 2Y + 3) =$ _____.

20. 设随机变量 X 服从区间 $[1, 4]$ 上的均匀分布, 则 $E(X) =$ _____.

21. 设随机变量 $X \sim B(5, \frac{1}{5})$, 则 $D(X) =$ _____.

22. 设随机变量 $X \sim U(0, 1)$, 则由切比雪夫不等式可得 $P\left\{\left|X - \frac{1}{2}\right| \geq \frac{1}{\sqrt{3}}\right\} \leq$ _____.

23. 总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本, \bar{X} 为样本均值, 则

$D(\bar{X}) =$ _____.

24. 总体 $X \sim N(\mu, 1), -\infty < \mu < +\infty$, X_1, X_2, X_3 为其样本, 若 $\hat{\mu} = \frac{1}{5}X_1 + \frac{3}{10}X_2 + aX_3$ 是未知参数 μ 的无偏估计时, 则常数 $a =$ _____.

25. 设 α, β 分别是假设检验中第一、第二类错误的概率, 且 H_0, H_1 分别为原假设和备择假设, 则 $P\{\text{接受 } H_0 | H_0 \text{ 真}\} =$ _____.

三、计算题: 本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分。

26. 有甲、乙两批种子, 发芽率分别为 0.8 和 0.7, 在两批种子中各任取一粒, 求: (1) 两粒种子都能发芽的概率; (2) 至少有一粒种能发芽的概率. (设 A, B 分别表示取自甲批、乙批的一粒种子)

27. 箱中装有 10 件产品, 其中 8 件正品, 2 件次品, 从中任取 2 件, X 表示取到次品数. (1) 求 X 的分布律; (2) 写出 X 的分布函数 $F(x)$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

	Y	0	1
X	0	0.2	0.3
	1	a	b

且 $P\{Y=0\}=0.4$.

求：(1) 常数 a, b ；(2) (X, Y) 关于 X, Y 的边缘分布律；(3) $P\{X-Y=0\}$.

29. 设随机变量 X 的分布律

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

记 $Y = X^2$. 求：(1) Y 的分布律；(2) $E(X), D(X), E(Y), D(Y)$.

五、应用题：本大题共 1 小题，每小题 10 分，共 10 分。

30. 已知总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \theta x^{-(\theta+1)}, & x > 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ 其中参数 $\theta > 1$. 且测得总体的一

组样本值为：27, 28, 34, 36, 41, 45, 49, 52.

求：(1) 样本均值 \bar{x} ；(2) θ 的矩估计 $\hat{\theta}$ 及 θ 的矩估计值.