

离散数学

(课程代码 02324)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分,第一部分为选择题,第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答,答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔,书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题:本大题共15小题,每小题2分,共30分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 含有3个命题变元的任一命题公式的指派个数是
A. 6个 B. 8个 C. 9个 D. 10个
2. 下列命题公式为矛盾式的是
A. $P \rightarrow (P \vee Q \vee R)$ B. $\neg (Q \rightarrow P) \wedge P$
C. $(P \rightarrow \neg P) \rightarrow \neg P$ D. $(P \wedge \neg P) \rightarrow Q$
3. 含有2个命题变元的命题A是重言式的条件是A的主析取范式含有
A. 4个小项 B. 1个小项 C. 4个大项 D. 1个大项
4. 设论域元素为a,b,与 $\forall xR(x) \wedge (\exists y)S(x)$ 等价的是
A. $(R(a) \wedge R(b)) \wedge (S(a) \wedge S(b))$ B. $(R(a) \wedge R(b)) \wedge (S(a) \vee S(b))$
C. $(R(a) \vee R(b)) \wedge (S(a) \wedge S(b))$ D. $(R(a) \vee R(b)) \wedge (S(a) \vee S(b))$
5. 谓词公式 $\forall xF(x) \wedge G(x,y)$ 中变元x为
A. 自由出现 B. 约束出现
C. 既不是自由出现也不是约束出现 D. 既是自由出现也是约束出现
6. 设论域是正整数,下列谓词公式中值为真的是
A. $\forall x \exists y(x^2 + y^2 = 10)$ B. $\forall y \exists x(x^2 + y^2 = 10)$
C. $\forall x \forall y(x^2 + y^2 = 10)$ D. $\exists x \exists y(x^2 + y^2 = 10)$
7. 设 $A = \{a, \emptyset\}$, $P(A)$ 是A的幂集,下列选项中正确的是
A. $\{a\} \in P(A), \{a\} \subseteq P(A)$ B. $\{\{A\}\} \in P(A), \{\{a\}\} \subseteq P(A)$
C. $\{a\} \in P(A), \{\emptyset\} \in P(A)$ D. $\{a\} \in P(A), \{\emptyset\} \subseteq P(A)$
8. 一个8阶简单图的边数最大为
A. 20 B. 25 C. 28 D. 30

9. 下面关于n阶树的描述,错误的是
A. 连通图 B. 连通且有n-1条边
C. 无回路且有n-1条边 D. 连通且无回路
10. $R = \{ \langle 0,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle \}, S = \{ \langle 2,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle \}$,下列正确的是
A. $\text{ran}(R) \subseteq \text{ran}(R \cap S)$
B. $\text{ran}(S) = \text{ran}(R \cup S)$
C. $\text{dom}(R) = \text{dom}(S)$
D. $\text{dom}(R) \cup \text{dom}(S) = \text{ran}(R) \cup \text{ran}(S)$
11. 设 $A = \{1,2,3\}$,则下列关系中是反自反关系的是
A. $R = \{ \langle 1,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle \}$
B. $R = \{ \langle 1,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle \}$
C. $R = \{ \langle 1,2 \rangle, \langle 3,2 \rangle \}$
D. $R = \{ \langle 3,1 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 2,2 \rangle \}$
12. 设 $A = \{a,b,c\}$,下列选项中既不是对称也不是反对称的是
A. $R = \{ \langle a,a \rangle, \langle a,b \rangle, \langle b,a \rangle, \langle c,b \rangle, \langle b,c \rangle \}$
B. $R = \{ \langle a,a \rangle, \langle b,b \rangle \}$
C. $R = \{ \langle a,c \rangle, \langle a,b \rangle \}$
D. $R = \{ \langle a,c \rangle, \langle b,b \rangle \}$
13. 设 $f: R \rightarrow R, f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 3 \\ -2, & x < 3 \end{cases}; g: R \rightarrow R, g(x) = x + 2$,则 $g \circ f: R \rightarrow R$ 是
A. 单射不满射 B. 满射不单射 C. 不单射不满射 D. 双射
14. 一个5阶简单图G,保证G为连通图的最少边数为
A. 4 B. 5
C. 6 D. 7
15. 下列各集合对于整除关系构成偏序集,不能构成格的集合是
A. $L_1 = \{1,2,3,4\}$ B. $L_2 = \{1,2,3,6\}$
C. $L_3 = \{1,3,5,15\}$ D. $L_4 = \{1,3,9,81\}$

第二部分 非选择题

二、填空题:本大题共10小题,每小题2分,共20分。

16. 设P:我明天去现场看比赛;Q:我明天在家看电视转播。命题“我明天去现场看比赛或者在家看电视转播”,符号化为_____。
17. 命题公式 $\neg (P \wedge Q) \wedge (P \vee Q)$ 的主析取范式用编码表示为_____。
18. 命题公式 $\neg (P \wedge Q) \wedge (P \vee Q)$ 的主合取范式用编码表示为_____。
19. 等价关系需要满足自反性、_____和_____。
20. $M(x):x$ 是人, $S(x):x$ 喜欢游泳,用谓词表达式写出命题“并不是所有的人都喜欢游泳”:_____。

21. 谓词公式 $\exists x F(x) \wedge G(x, y)$ 中量词 $\exists x$ 的辖域是_____。
22. 设 $A = \{\text{甲}, \text{乙}\}, B = \{\text{乙}, \text{丙}\}$, 则集合 $A \times \{\text{乙}\} \times B$ 的成员是_____。
23. 设 $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 + 1; g: R \rightarrow R, g(x) = x - 1$, 则 $f \circ g(x) =$ _____。
24. 设 $\langle A, +, \times \rangle$ 是一个代数系统, $\forall a, b, c \in A$, 写出运算 $+$ 对运算 \times 的分配律_____。
25. 设 $\langle L, \leq \rangle$ 是一个格, 公式 $a \vee (a \wedge b) \leq b$ 的对偶公式是_____。

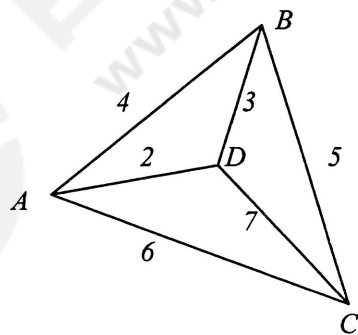
三、简答题: 本大题共 6 小题, 第 26-30 小题每小题 6 分, 第 31 小题 5 分, 共 35 分。

26. 判断命题公式 $Q \rightarrow (P \vee Q)$ 与 $\neg Q \wedge (P \vee Q)$ 是否等值。
27. 求命题公式 $\neg(P \wedge Q) \rightarrow R$ 的主合取范式中 含有大项的个数。
28. 对于正整数集 Z^+ , 根据以下所列关系的性质, 填写下表。(具备某项性质填写“ \checkmark ”, 不具备填写“ \times ”。请考生先将题 28 表绘制在答题卡上再行作答。)

题 28 表

性质 关系	自反的	对称的	传递的
整除关系			
全域关系			

29. 无向图 G 有 11 条边, 4 个 3 度顶点, 其余顶点均为 5 度顶点, 求 G 的阶数 n 。
30. 设函数 $f: N \rightarrow N$, 其中 $f = \{ \langle x, x+1 \rangle \mid x \in N \}$
- (1) 说明函数 f 是否为单射和满射, 并说明理由;
- (2) 函数 f 的逆函数是否存在, 如果存在, 求出函数 f 的逆函数;
- (3) 求 $\text{ran } f$ 。
31. 设 A, B, C, D 四个旅游点之间的距离(单位为千米)如题 31 图所示, 某游客现在位于 A 处, 求他游完 4 个旅游点回到 A 处的最短路线和距离。



题 31 图

四、证明题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

32. R 为实数集, $\forall x, y \in R$, 证明: $\max(x, y) = \frac{1}{2}(x + y + |x - y|)$ 。
33. 设 $A = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in Z\}$, 运算 $+$ 是实数的加法, 证明: $\langle A, + \rangle$ 是一个群。
34. 设 A, B, C 是集合, 证明: $A \cap (B - C) = (A - C) \cap (B - C)$ 。