座位号：

姓名：

机密★启用前

2024年4月高等教育自学考试全国统一考试

大学数学

（课程代码　06227）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 下列周期函数中，周期为π的函数是

A. $y=\tan x$　　B. $y=\sin x$

C. $y=\cos x$　　D. $y=\sin 4x$

2. 下列函数中，在其定义域上是有界函数的是

A. $y=2\tan x$　　B. $y=\cos x$

C. $y=2x-1$　　D. $y=x$

3. 下列极限计算正确的是

A. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{x^2-4}=\dfrac{1}{4}$　　B. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+2}{x^2-x+1}=1$

C. $\lim\limits_{x\to 2}(x-2)=1$　　D. $\lim\limits_{x\to 1}(x^2+2)=2$

4. $y=e^x\cos x$的导数为

A. $y'=e^x(\cos x-\sin x)$　　B. $y'=e^x\cos x$

C. $y'=e^x+\sin x$　　D. $y'=e^x\sin x$

5. $y=x\cos x$的二阶导数为

A. $y''=\cos x+x\sin x$　　B. $y''=\cos x+x\cos x$

C. $y''=2\sin x-x\cos x$　　D. $y''=-(2\sin x+x\cos x)$

6. 下列函数在区间$[-1,1]$上满足罗尔定理的是

A. $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$　　B. $f(x)=\tan x$

C. $f(x)=x+1$　　D. $f(x)=\sin x$

7. 函数$f(x)=x^3$在区间$[0,+\infty)$内

A. 单调增加，为凸函数　　B. 单调减少，为凹函数

C. 单调增加，为凹函数　　D. 单调减少，为凸函数

8. $\int e^x\mathrm{d}x=$

A. $\ln x+C$　　B. $\ln x$

C. e^x+C　　D. e^x

9. $\int_{-2}^{-1}\dfrac{\mathrm{d}x}{x}=$

A. $-\ln 3$　　B. $-\ln 2$

C. $\ln 3$　　D. $\ln 2$

10. 微分方程$x^2y'''+2x+1=0$的阶是

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

二、判断题：本大题共 10 小题，每小题 1 分，共 10 分。判断下列各题正误，正确的在答题卡相应位置涂“A”，错误的涂“B”。

11. 函数 $y=Cx^2+\frac{1}{2}$ 是微分方程 $xy'-2y+1=0$ 的通解

12. 有限个无穷小的乘积是无穷小.

13. 函数 $f(x)=x^4$ 是奇函数

14. $\mathrm{d}(\ln x)=\frac{1}{x}\mathrm{d}x.$

15. 函数 $f(x)=\sin x$ 在 R 上连续

16. $\int F'(x)\mathrm{d}x=F(x).$

17. 两个函数的和的积分，等于这两个函数各自的积分的和，即

$\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x.$

18. 当 $x\to\infty$ 时，$f(x)=x+\sin x$ 是无穷大.

19. 有界数列一定收敛.

20. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=1.$

第二部分　非选择题

三、填空题：本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。

21. 函数 $y=\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$ 的定义域是_____.

22. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^2+3n-2}{n^2+1}=$_____.

23. $y=e^{2x}$ 的 n 阶导数是_____.

24. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x}{1+x}\right)^x=$_____.

25. $\int(2x+\cos x)\mathrm{d}x=$_____.

26. $\int_0^1 x^3\mathrm{d}x=$_____.

四、计算题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

27. 求极限 $\lim\limits_{x\to0}(1+5x)^{\frac{1}{x}}$.

28. 求极限 $\lim\limits_{n\to+\infty}n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$.

29. 求函数 $y=\tan x^2$ 的导数.

30. 求函数 $y=x^2\cos x+\ln x$ 的微分.

31. 计算 $\int\frac{\mathrm{d}x}{e^x-e^{-x}}$.

32. 计算 $\int\frac{1}{x^2+x-12}\mathrm{d}x$.

33. 计算 $\int_0^{\pi}(\sin x+\cos x)\mathrm{d}x$.

34. 求微分方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=4xy$ 的通解.

五、简答题：本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分。

35. 求由正弦曲线 $y=\sin x\ (0\le x\le\pi)$ 与 x 轴所围成的图形的面积.

36. 当 $x>0$ 时，不等式 $\frac{1}{1+x}<\ln(1+x)<x$ 是否成立？