

高等数学(工专)

(课程代码 00022)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分,第一部分为选择题,第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答,答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔,书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题:本大题共5小题,每小题2分,共10分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 下列函数中,表达式为基本初等函数的是
A. $y = |\cos x|$ B. $y = x^2 + e^x$ C. $y = x$ D. $y = x^x$
2. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n+1}$ 的敛散情况是
A. 收敛 B. 发散 C. 收敛于 $\frac{1}{3}$ D. 收敛于1
3. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \ln(2\cos x) =$
A. $\ln\sqrt{3}$ B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. 0
4. 设 $f(x)$ 的一个原函数为 $\sin 2x$, 则 $\int f'(x) dx =$
A. $\sin 2x$ B. $\sin 2x + C$ C. $2\cos 2x + C$ D. $2\cos 2x$
5. 三阶方阵 A 可逆的充要条件是
A. $|A| \neq 0$ B. $A \neq 0$ C. $|A| = 0$ D. 存在三阶方阵 B , 使 $AB = BA$

二、填空题:本大题共8空,每空4分,共32分。

6. 函数 $y = \cos 2x$ 的周期为_____。
7. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} =$ _____。
8. 已知 $dy|_{x=\pi} = 2dx$, 则 $\frac{dy}{dx}|_{x=\pi} =$ _____。
9. 函数 $y = \ln(x^2 + 1)$ 在 $[-1, 1]$ 上使罗尔定理结论成立的 $\xi =$ _____。
10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx =$ _____。
11. 一物体做直线运动,其速度为 $v = \sqrt{1+t}$ (单位: m/s), 则该物体自运动开始到 8s 末的位移为_____。

12. 行列式 $\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & c & 0 \end{vmatrix} =$ _____。

13. 设矩阵 B 满足 $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} B = B \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $B =$ _____。

三、计算题:本大题共7小题,每小题6分,共42分。

14. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x)}{\sin 3x}$ 。
15. 设 $y = \frac{\sin^2 x}{\ln x}$, 求 $y'|_{x=e}$ 。
16. 讨论曲线 $y = x^3 + 3x^2 - 80$ 的凹凸性, 并求其拐点。
17. 求不定积分 $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ 。
18. 求函数 $y = 2x^3 - 3x^2$ 在 $[-1, 4]$ 上的最大值与最小值。
19. 计算定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x + \cos x}{1 + \sin^2 x} dx$ 。

20. 设线性方程组为:

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = \lambda, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = \lambda + 2, \\ 6x_1 + x_2 + 4x_3 = 2\lambda + 3. \end{cases}$$

问 λ 取何值时方程组有解?

四、综合题:本大题共 2 小题,每小题 8 分,共 16 分。

21. 在曲线 $y = e^x$ 上找一点,使曲线在该点的切线过坐标原点.

22. 求由曲线 $y = 1 - x^2$ 与 x 轴围成的平面图形绕 x 轴旋转一周而成的旋转体的体积.