

绝密★启用前

2024年10月高等教育自学考试全国统一命题考试

高等数学(工本)

(课程代码 00023)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分,第一部分为选择题,第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答,答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔,书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题:本大题共10小题,每小题3分,共30分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设向量 $a = -2b$, 且 $b = \{1, -1, \frac{1}{2}\}$, 则向量 a 的模为
A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3
2. 设函数 $z = x^2 - 2xy^2$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(1,1)} =$
A. 0 B. 1 C. 2 D. 4
3. 下列微分方程中,可分离变量的微分方程是
A. $y' = e^{xy}$ B. $y' - y = x$ C. $xy' = 2y$ D. $y' + y^2 = x^2$
4. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 在 $x = 2$ 处收敛,则该幂级数在 $x = -1$ 处
A. 条件收敛 B. 绝对收敛 C. 发散 D. 敛散性不确定

5. 设积分区域 $D: 0 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 2$, 则二重积分 $\iint_D (3x^2 + 2y) dx dy =$
A. 4 B. 6 C. 7 D. 11
6. 将 oyz 平面上的曲线 $y^2 - z^2 = 4$ 绕 z 轴旋转一周,所得旋转曲面的方程为
A. $-x^2 + y^2 - z^2 = 4$ B. $x^2 + y^2 - z^2 = 4$
C. $-x^2 - y^2 - z^2 = 4$ D. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$
7. 函数 $z = 3(x + y) - x^3 - y^3$ 的驻点是
A. (2, -1) B. (1, -2) C. (-1, -1) D. (-1, 2)
8. 设积分区域 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$, 则三重积分 $\iiint_{\Omega} (x + y + z + 3) dx dy dz =$
A. $\frac{4}{3}\pi R^3$ B. $\frac{5}{3}\pi R^3$ C. $2\pi R^3$ D. $4\pi R^3$
9. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 1}{9^n}$ 的和为
A. $\frac{5}{8}$ B. 1 C. $\frac{8}{5}$ D. 2
10. 当 $x > 0$ 时,微分方程 $y' - \frac{y}{x} = 0$ 满足 $y \Big|_{x=1} = 2$ 的特解 $y^* =$
A. $x + 1$ B. $\frac{2}{x}$ C. $\frac{2}{x^2}$ D. $2x$

第二部分 非选择题

二、计算题:本大题共10小题,每小题6分,共60分。

11. 求过点 $(-1, 0, 1)$ 且与直线 $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-3}$ 垂直的平面方程。
12. 求两平面 $x - 2y - z + 8 = 0$ 和 $x + y + 2z + 3 = 0$ 的夹角 θ 。
13. 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$ 所确定,求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 。

座位号:

姓名:

14. 求空间曲线 $L: x = t + 1, y = t^2, z = t^3$ 在点 $(2, 1, 1)$ 处的切线方程.

15. 设函数 $u(x, y, z) = 2\sqrt{xyz}$, 求梯度 $\text{gradu}(1, 1, 1)$.

16. 计算二重积分 $\iint_D e^{-(x^2+y^2)} dx dy$, 其中积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq 1$.

17. 计算对弧长的曲线积分 $I = \int_L x^2 ds$, 其中 L 是由点 $A(-a, 0)$ 沿 $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ 到点 $B(a, 0)$ 的圆弧段.

18. 计算对坐标的曲线积分

$$I = \oint_L (x^2 y + 20x) dx - (xy^2 - 21y) dy$$

其中 L 为圆 $x^2 + y^2 = R^2$ 沿逆时针方向.

19. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ 的敛散性.

20. 求微分方程 $y' + \frac{2y}{x} = 1$ 的通解.

三、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分。

21. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$ 是否收敛? 若收敛, 是绝对收敛还是条件收敛?

22. 计算对坐标的曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} x dy dz$, 其中 Σ 是平面 $x + y + z - 2 = 0$ 被三个坐标面所截得部分平面的上侧.