绝密 ★ 考试结束前

2024年10月高等教育自学考试

概率论与数理统计(经管类)试题

课程代码:04183

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共10小题,每小题2分,共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 从装有三个白球和两个红球的袋中任取两个球,事件 A 表示“取到两个红球”,则 $\overline{A}$ 表示

A. 取到两个白球　　B. 至少取到一个红球

C. 没有取到红球　　D. 至少取到一个白球

2. 设 A,B 为随机事件, $P(A)=P(B)>0$,则下列结论成立的是

A. $A=B$　　B. $P(B|A)=1$

C. $P(B|A)=P(A|B)$　　D. $P(B|A)+P(A|B)=1$

3. 设随机变量 X 的概率密度 $f(x)$ 是偶函数,则对任意 $a>0$, $P\{|X|>a\}=$

A. $2[1-F(a)]$　　B. $2F(a)-1$　　C. $2F(a)$　　D. $1-2F(a)$

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立,且分别服从正态分布 $N(0,1)$ 和 $N(1,1)$,则下列等式成立的是

A. $P\{X+Y\leqslant 0\}=\dfrac{1}{2}$　　B. $P\{X+Y\leqslant 1\}=\dfrac{1}{2}$

C. $P\{X-Y\leqslant 0\}=\dfrac{1}{2}$　　D. $P\{X-Y\leqslant 1\}=\dfrac{1}{2}$

5．设随机变量 X 与 Y 不相关，且 $\begin{array}{c|ccc} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{array}$，$\begin{array}{c|ccc} Y & -2 & -1 & 0 \\ \hline P & 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{array}$，则 $E(XY)=$

A．-0.99　　B．-0.2　　C．0.99　　D．2

6．某部件包括9部分，每部分的长度（单位：mm）是随机变量，它们相互独立，且服从同一分布，其数学期望为2，标准差为 $\frac{1}{30}$，规定总长度在区间 $(17.9,18.1)$ 内部件合格．$\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，且 $\Phi(1)=0.8413$，则该部件合格的概率约为

A．0.1587　　B．0.3174　　C．0.6826　　D．0.8413

7．设总体 $X\sim N(1,9)$，$X_1,X_2,\cdots,X_9$ 为来自该总体的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，则在下列随机变量中服从标准正态分布的是

A．$\dfrac{\bar{X}-1}{9}$　　B．$\dfrac{\bar{X}-1}{3}$　　C．$\dfrac{\bar{X}-1}{\sqrt{3}}$　　D．$\bar{X}-1$

8．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 已知，当置信度 $1-\alpha$ 保持不变时，如果样本容量 n 增大，则 μ 的置信区间

A．长度变大　　B．长度变小　　C．长度不变　　D．长度变化不确定

9．假设检验中的显著性水平 α 表示

A．原假设 H_0 不成立，拒绝 H_0 的概率

B．原假设 H_0 成立，但拒绝 H_0 的概率

C．原假设 H_0 不成立，但未拒绝 H_0 的概率

D．不超过0.05的一个数，无具体意义

10．设线性回归模型 $y_i=\beta_0+\beta_1x_i+\varepsilon_i$，$E(\varepsilon_i)=0,D(\varepsilon_i)=\sigma^2(i=1,2,\cdots,n)$，且 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\cdots,\varepsilon_n$ 相互独立，记 $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$，$\bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i$，则 β_1 的最小二乘估计为

A．$\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$　　B．$\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}$

C．$\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}$　　D．$\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}$

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11．设随机事件 A 与 B 相互独立，且 $P(A)=p$，$P(B)=q$，则 $P(\overline{A}B)=$________.

12．某人做试验，成功的概率为 $p\ (0<p<1)$，则此人在三次独立重复试验中至少失败一次的概率为________.

13．设随机变量 $X\sim B(2,0.1)$，则 $P\{X>1\}=$________.

14．设随机变量 X 服从区间 $[1,5]$ 上的均匀分布，则 $P\{-1<X\leqslant 3\}=$________.

15．设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & 其他,\end{cases}$ 且 $P\{X<a\}=P\{X>a\}$，则常数 $a=$________.

16．设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	-1	0	1
-1	0.2	0.3	0.1
1	0.1	0.1	0.2

则 $P\{X\neq Y\}=$________.

17．设随机变量 X 与 Y 相互独立，且都服从正态分布 $N(-2,1)$，记 $Z=X-Y$，则 Z 的概率密度 $f_Z(z)=$________.

18．设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 服从参数为 3 的指数分布，Y 服从参数为 4 的指数分布，则 $P\{0\leqslant X\leqslant 1,\ 0\leqslant Y\leqslant 1\}=$________.

19．设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ x^3, & 0\leqslant x<1,\\ 1, & x\geqslant 1,\end{cases}$ 则 $D(1-X)=$________.

20．设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $E(X)=E(Y)=1$，$D(X)=2$，$D(Y)=4$，则 $E[(X+Y)^2]=$________.

21．设 $X_1,X_2,\cdots,X_{16}$ 为来自总体 X 的样本，且 $X\sim N(\mu,2^2)$，$\overline{X}$ 为样本均值，则 $E(\overline{X}-\mu)^2=$________.

22．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的样本，且 $X\sim N(0,1)$，若 $\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ 服从自由度为10的卡方分布 $\chi^2(10)$，则 $n=$________.

23．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的样本，且 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$\bar{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，则 $E(\bar{X}+S^2)=$________.

24．设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,0.81)$，由来自 X 的容量为 9 的样本计算得样本均值 $\bar{x}=5$，$\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，且 $\Phi(1.96)=0.975$，则未知参数 μ 的置信度为 0.95 的置信下限是________.

25．设某假设检验的拒绝域为 W，当原假设 H_0 成立时，样本 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)\in W$ 的概率为 0.01，则犯第一类错误的概率为________.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26．设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

X \ Y	0	1
0	0.1	b
1	a	0.2
2	0.1	0.2

且 $P\{Y=1|X=0\}=0.5$．求：（1）常数 a,b；（2）(X,Y) 关于 Y 的边缘分布律.

27．设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值.（1）求 λ 的极大似然估计 $\hat{\lambda}$；（2）$\hat{\lambda}$ 是 λ 的无偏估计吗？为什么？

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28．设随机变量 X 服从区间 $[-a,a]$ 上的均匀分布，其中 $a>0$，且 $P\{|X|>1\}=P\{|X|<1\}$，又记 $Y=-3X+1$.

求：（1）常数 a；（2）X 的分布函数 $F_X(x)$；（3）Y 的概率密度 $f_Y(y)$.

29．设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{8}, & 0\leqslant x\leqslant 4,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$ Y 服从区间 $[0,4]$ 上的均匀分布.

求:（1）(X,Y) 的概率密度 $f(x,y)$；（2）$E(X),D(X)$；（3）$E(X-Y+3),D(X-Y+3)$.

五、应用题：本题 10 分。

30．已知一批产品中有 95% 是合格品，检查产品质量时，一件合格品被误判为次品的概率为 0.02，一件次品被误判为合格品的概率为 0.04.

求：（1）任意抽查一件产品，它被判为次品的概率；

（2）一件经检查被判为次品的产品确实是次品的概率.