

## 经济应用数学试题

课程代码:06956

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

## 选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 函数  $y = \arcsin \frac{x-1}{3}$  的定义域为

- A.  $(-\infty, 1]$                       B.  $[-2, 4]$                       C.  $[1, 3]$                       D.  $(1, +\infty)$

2. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{3}{x} =$

- A. 0                                      B. 1                                      C. 3                                      D.  $\infty$

3. 设函数  $y = x^x$  且  $x > 0$ , 则  $y' =$

- A.  $x^{x-1}$                               B.  $x^x \ln x$                               C.  $x^x(1 + \ln x)$                               D.  $x^{x-1} \ln x$

4. 常数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \tan \frac{1}{n}$  的敛散性是

- A. 发散                                      B. 条件收敛                                      C. 绝对收敛                                      D. 不能判断

5. 设函数  $f(x)$  连续且  $f(2) = 1$ , 令  $F(x) = \int_1^{x^3} f(2t) dt$ , 则  $F'(1) =$

- A. 1                                      B. 2                                      C. 3                                      D. 6

## 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。

6. 设  $f(x) = x^3 - 5$ , 则  $f^{-1}(3) =$  \_\_\_\_\_。

7. 函数  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 x - 1}$  的可去间断点为 \_\_\_\_\_。

8. 曲线  $y = \frac{1}{1 + x^2}$  在  $x = 0$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_。

9. 设某商品需求函数为  $Q = f(P) = 18 - \frac{1}{3}P$ , 则  $P = 9$  时的需求弹性 = \_\_\_\_\_。

10. 不定积分  $\int \frac{x^2}{1 + x^8} dx$  \_\_\_\_\_。

11. 定积分  $\int_{-1}^1 (x \cos^5 x + \cos x) dx =$  \_\_\_\_\_。

12. 二元函数  $z = 5x^2 y^3$  在点  $(1, 1)$  的全微分  $dz =$  \_\_\_\_\_。

13. 函数  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$  的极大值 = \_\_\_\_\_。

14. 若区域  $D$  是圆域  $x^2 + y^2 \leq 2y$ , 则二重积分  $\iint_D x^3 dx dy =$  \_\_\_\_\_。

15. 微分方程  $x dx + y dy = 0$  的通解是 \_\_\_\_\_。

三、计算题(一):本大题共 6 小题,每小题 6 分,共 36 分。

16. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{2x^3}$ 。

17. 设  $y = \frac{\ln x}{x}$ , 求  $y''$ 。

18. 求不定积分  $\int \frac{1}{\sqrt{e^x - 1}} dx$ 。

19. 求隐函数  $x + y = e^{xy} + 1$  的微分  $dy$ 。

20. 判定级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \frac{n}{2}$  的敛散性, 并说明理由。

21. 设  $z = f(x^2 + y^3)$ , 且  $f$  是可微函数, 求  $y^2 \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y}$ 。

四、计算题(二):本大题共 2 小题,每小题 7 分,共 14 分。

22. 计算二重积分  $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ , 其中  $D$  是圆域  $x^2 + y^2 \leq 2x$ 。

23. 求微分方程  $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = xe^{2x}$  的通解。

五、应用题:本大题共 2 小题,每小题 8 分,共 16 分。

24. 求由曲线  $y = 3x^2$ ,  $x = 1$ ,  $x = 3$  与  $y = 0$  所围成的图形的面积,并求此图形绕  $x$  轴旋转一周产生的旋转体的体积。

25. 设企业生产自行车的产量函数为  $Q(x, y) = 0.0003xy^3$ , 其中  $x$  为劳动人数,  $y$  为设备台数。该企业投入 6000 万元资金生产自行车(要求资金一次性全部分配给劳动力支出与相关设备支出), 每个劳动力支出一年需要 15 万元, 购买一台相关设备支出需要 25 万元, 问该企业应该分配多少资金来购买相关设备, 使得自行车产量最大?

六、证明题:本大题 4 分。

26. 证明恒等式:  $\arctan x - \frac{1}{2} \arctan \frac{2x}{1-x^2} = \frac{\pi}{2}, x \in (1, +\infty)$ 。