绝密 ★ 考试结束前

2024年10月高等教育自学考试

概率论与数理统计(工)试题

课程代码:13174

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共10小题,每小题2分,共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 从装有三个白球和两个红球的袋中任取两个球,事件A表示“取到两个红球”,则$\overline{A}$表示

A. 取到两个白球　　B. 至少取到一个红球

C. 没有取到红球　　D. 至少取到一个白球

2. 设随机变量X的概率密度$f(x)$是偶函数,则对任意$a>0$,$P\{|X|>a\}=$

A. $2[1-F(a)]$　　B. $2F(a)-1$　　C. $2F(a)$　　D. $1-2F(a)$

3. 设随机变量X_i的分布律为$\begin{array}{c|ccc} X_i & -1 & 0 & 1 \\ \hline P & 0.25 & 0.5 & 0.25 \end{array}$ $(i=1,2)$,且满足$P\{X_1X_2=0\}=1$,

则$P\{X_1=X_2\}=$

A. 0　　B. 0.25　　C. 0.5　　D. 1

4. 设随机变量X与Y相互独立,且分别服从正态分布$N(0,1)$和$N(1,1)$,则下列等式成立的是

A. $P\{X+Y\leqslant 0\}=\dfrac{1}{2}$　　B. $P\{X+Y\leqslant 1\}=\dfrac{1}{2}$

C. $P\{X-Y\leqslant 0\}=\dfrac{1}{2}$　　D. $P\{X-Y\leqslant 1\}=\dfrac{1}{2}$

5．设二维随机变量(X,Y)具有下述概率密度，则X与Y是相互独立的为

A．$f(x,y)=\begin{cases} x^2+\dfrac{xy}{3}, & 0\leqslant x\leqslant 1, 0\leqslant y\leqslant 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

B．$f(x,y)=\begin{cases} 6x^2y, & 0<x<1, 0<y<1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

C．$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{3}{2}x, & 0<x<1, -x<y<x, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

D．$f(x,y)=\begin{cases} 8xy, & 0\leqslant x\leqslant 1, 0\leqslant y\leqslant x, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

6．设随机变量X服从参数为2的指数分布，$Y=2X+e^{-2X}$，则$E(Y)=$

A．$\dfrac{3}{4}$　　B．$\dfrac{4}{3}$　　C．$\dfrac{3}{2}$　　D．5

7．设随机变量X与Y不相关，且$\begin{array}{c|ccc} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{array}$，$\begin{array}{c|ccc} Y & -2 & -1 & 0 \\ \hline P & 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{array}$，则$E(XY)=$

A．-0.99　　B．-0.2　　C．0.99　　D．2

8．设总体$X\sim N(1,9)$，$X_1,X_2,\cdots,X_9$为来自该总体的样本，$\bar{X}$为样本均值，则在下列随机变量中服从标准正态分布的是

A．$\dfrac{\bar{X}-1}{9}$　　B．$\dfrac{\bar{X}-1}{3}$　　C．$\dfrac{\bar{X}-1}{\sqrt{3}}$　　D．$\bar{X}-1$

9．设总体$X\sim U(\theta,5\theta)$，其中未知参数$\theta>0$，又$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自该总体的样本，$\bar{X}$为样本均值，若$c\bar{X}$为θ的无偏估计，则常数$c=$

A．$\dfrac{1}{6}$　　B．$\dfrac{1}{4}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

10．对正态总体的数学期望μ进行假设检验，如果在显著性水平0.05下接受$H_0:\mu=\mu_0$，那么在显著性水平0.01下，下列结论中正确的是

A．必拒绝H_0　　B．可能接受，也可能拒绝H_0

C．必接受H_0　　D．不接受，也不拒绝H_0

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11．设随机事件 A 与 B 相互独立，且 $P(A)=p$，$P(B)=q$，则 $P(\bar{A}B)=$________.

12．设 A,B 是随机事件，已知 $P(A)=0.5$，$P(B)=0.6$，$P(B|A)=0.8$，

则 $P(A\cup B)=$________.

13．某人做试验，成功的概率为 $p\ (0<p<1)$，则此人在三次独立重复试验中至少失败一次的概率为________.

14．设随机变量 $X\sim B(2,0.1)$，则 $P\{X>1\}=$________.

15．设随机变量 X 服从区间 $[1,5]$ 上的均匀分布，则 $P\{-1<X\leqslant 3\}=$________.

16．设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他,}\end{cases}$ 且 $P\{X<a\}=P\{X>a\}$，则常数

$a=$________.

17．设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	-1	0	1
-1	0.2	0.3	0.1
1	0.1	0.1	0.2

则 $P\{X=Y\}=$________.

18．设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 服从参数为 3 的指数分布，Y 服从参数为 4 的指数分布，则 $P\{0\leqslant X\leqslant 1,\ 0\leqslant Y\leqslant 1\}=$________.

19．设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ x^3, & 0\leqslant x<1,\\ 1, & x\geqslant 1,\end{cases}$ 则 $D(1-X)=$________.

20．设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $E(X)=E(Y)=1$，$D(X)=2$，$D(Y)=4$，

则 $E[(X+Y)^2]=$________.

21．设随机变量 X 与 Y 相互独立，都服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，令 $\xi=2X+Y$，$\eta=2X-Y$，则 ξ 与 η 的相关系数 $\rho_{\xi\eta}=$________.

22．据以往经验，某种电器元件的寿命 X（单位：h）服从均值为$100h$的指数分布，现随机地取16只，设它们的寿命是相互独立的，$\Phi(x)$为标准正态分布函数，且$\Phi(0.8)=0.7881$，则这16只元件寿命的总和超过$1920h$的概率约为________.

23．设$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自总体X的样本，且$X\sim N(0,1)$，若$\sum_{i=1}^{n}X_i^2$服从自由度为10的卡方分布$\chi^2(10)$，则$n=$________.

24．设总体X服从正态分布$N(\mu,0.81)$，由来自X的容量为9的样本计算得样本均值$\bar{x}=5$，$\Phi(x)$为标准正态分布函数，且$\Phi(1.96)=0.975$，则未知参数μ的置信度为0.95的置信上限是________.

25．设$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自总体X的样本，且$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2未知，记$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$Q^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$，则欲检验假设$H_0:\mu=0;H_1:\mu\neq 0$，所用的$t$检验统计量用$\bar{X},Q^2$表示为________.

三、计算题：本大题共2小题，每小题8分，共16分。

26．设二维随机变量(X,Y)的分布律为

X \ Y	0	1
0	0.1	b
1	a	0.2
2	0.1	0.2

且$P\{Y=1|X=0\}=0.6$.

求：（1）常数a,b；（2）(X,Y)关于X的边缘分布律.

27．设总体X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}\frac{6x}{\theta^3}(\theta-x), & 0<x<\theta,\\ 0, & 其他,\end{cases}$ $X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自X的样本.（1）求θ的矩估计$\hat{\theta}$；（2）$\hat{\theta}$是θ的无偏估计吗？为什么？

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设随机变量 X 服从区间 $[-a,a]$ 上的均匀分布，其中 $a>0$，且 $P\{|X|>1\}=P\{|X|<1\}$，又记 $Y=-3X+1$.

求：（1）常数 a；（2）X 的分布函数 $F_X(x)$；（3）Y 的概率密度 $f_Y(y)$.

29. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{8}, & 0\leqslant x\leqslant 4,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$ Y 服从区间 $[0,4]$ 上的均匀分布.

求：（1）(X,Y) 的概率密度 $f(x,y)$；

（2）$E(X),D(X)$；

（3）$E(X-Y+3),D(X-Y+3)$.

五、应用题：本题 10 分。

30. 已知一批产品中有95%是合格品，检查产品质量时，一件合格品被误判为次品的概率为0.02，一件次品被误判为合格品的概率为0.04.

求：（1）任意抽查一件产品，它被判为次品的概率；

（2）一件经检查被判为次品的产品确实是次品的概率.