

2024年10月高等教育自学考试全国统一考试

概率论与数理统计(二)

(课程代码 02197)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 设 A, B 为两个随机事件, 则 $(A \cup B)A =$
 - A. AB
 - B. A
 - C. B
 - D. $A \cup B$
2. 掷一枚不均匀硬币, 正面朝上的概率为 $\frac{2}{3}$, 将此硬币连掷 4 次, 则恰好 3 次正面朝上的概率是
 - A. $\frac{8}{81}$
 - B. $\frac{8}{27}$
 - C. $\frac{32}{81}$
 - D. $\frac{3}{4}$
3. 设随机变量 $X \sim U(2, 4)$, 则 $P\{3 < X < 4\} =$
 - A. $P\{2.25 < X < 3.25\}$
 - B. $P\{1.5 < X < 2.5\}$
 - C. $P\{3.5 < X < 4.5\}$
 - D. $P\{4.5 < X < 5.5\}$

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 其分布函数分别为 $F_X(x), F_Y(y)$, 则二维随机变量 (X, Y) 的分布函数 $F(x, y) =$

- A. $\frac{1}{2}[F_X(x) + F_Y(y)]$
- B. $F_X(x) + F_Y(y)$
- C. $\frac{1}{2}F_X(x)F_Y(y)$
- D. $F_X(x)F_Y(y)$

5. 设 (X, Y) 为二维随机变量, 则 X 与 Y 不相关的充分必要条件是

- A. X 与 Y 相互独立
- B. $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$
- C. $E(XY) = E(X)E(Y)$
- D. $(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$

6. 设随机变量 X 的方差存在, 则 $\text{Cov}(X, X) =$

- A. $E(X)$
- B. $E(X^2)$
- C. $[E(X)]^2$
- D. $D(X)$

7. 设随机变量 $X \sim N(3, 2^2)$, 则 $E(2X+3) =$

- A. 3
- B. 6
- C. 9
- D. 15

8. 设随机变量 X 的方差等于 1, 由切比雪夫不等式可估计 $P\{|X - E(X)| \geq 2\} \leq$

- A. 0
- B. 0.25
- C. 0.5
- D. 0.75

9. 样本 X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 取自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$, μ 已知, σ^2 未知. 则下列随机变量中不能作为统计量的是

- A. \bar{X}
- B. $X_1 + X_2 - 2\mu$
- C. $\frac{1}{3} \sum_{i=1}^5 (X_i - \bar{X})^2$
- D. $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^5 (X_i - \bar{X})^2$

10. 在假设检验中, 记 H_0 为原假设, 则犯第一类错误的概率是

- A. H_0 成立而拒绝 H_0
- B. H_0 成立而接受 H_0
- C. H_0 不成立而接受 H_0
- D. H_0 不成立而拒绝 H_0

第二部分 非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 一口袋装有 3 只红球、2 只黑球，今从中任取出 2 只球，则这 2 只球恰为一红一黑的概率是_____.
12. 设随机事件 A 与 B 相互独立， $P(A)=0.2$ ， $P(B)=0.6$ ，则 $P(A|B)=$ _____.
13. 把 3 个不同的球随机地放入 3 个不同的盒中，则出现 2 个空盒的概率为_____.
14. 设 X 为连续型随机变量， c 是一个常数，则 $P\{X=c\}=$ _____.
15. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} 1-e^{-x}, & x>0, \\ 0, & x\leq 0, \end{cases}$ 记 X 的概率密度为 $f(x)$ ，则当 $x>0$ 时， $f(x)=$ _____.
16. 设随机变量 $X\sim N(0,1)$ ， $\Phi(x)$ 为其分布函数，则 $\Phi(x)+\Phi(-x)=$ _____.
17. 设二维随机变量 (X,Y) 服从区域 $D=\{-1\leq x\leq 2, 0\leq y\leq 2\}$ 上的均匀分布，则 $P\{X\leq 1, Y\leq 1\}=$ _____.
18. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)$ ，则 $\int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy=$ _____.
19. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $D(X)=2$ ， $D(Y)=1$ ，则 $D(X-2Y+3)=$ _____.
20. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布， $E(X)=5$ ，则 $\lambda=$ _____.
21. 设随机变量 X 与 Y 的协方差 $\text{Cov}(X,Y)=-\frac{1}{2}$ ，则 $\text{Cov}(3X, \frac{Y}{2})=$ _____.
22. 设随机变量序列 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 相互独立且同分布，它们的数学期望为 μ ，方差为 σ^2 ，令 $Y_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$ ，则对任意正数 $\varepsilon > 0$ ，都有 $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|Y_n - \mu| \leq \varepsilon\} =$ _____.
23. 设样本 X_1, X_2, \dots, X_n 取自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ ， $\sigma > 0$ ，则 $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim$ _____.

24. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， X_1, X_2, X_3 来自 X 的样本，若 $\hat{\mu} = \frac{1}{3}X_1 + cX_2 + \frac{1}{6}X_3$ 是未知参数 μ 的无偏估计，则常数 $c =$ _____.
25. 设 α, β 分别是假设检验中第一、第二类错误的概率，且 H_0, H_1 分别为原假设和备择假设，则 $P\{\text{接受 } H_0 | H_0 \text{ 不真}\} =$ _____.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 仓库中有十箱同样规格的产品，已知其中有五箱、三箱、二箱依次为甲、乙、丙厂生产的，且甲厂、乙厂、丙厂生产的这种产品的次品率依次为 $1/10$ 、 $1/15$ 、 $1/20$ ，从这十箱产品中任取一件产品。
- (1) 求取到的是正品的概率；
- (2) 经检验发现取到的产品为正品，求该产品是甲厂生产的概率。
27. 设随机变量 X 的分布律是
- | | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| X | -1 | 0 | 1 |
| P | 0.3 | 0.4 | 0.3 |
- 求：(1) $P\{X \leq 0\}$ ；(2) $P\{X < 1 | X \neq 0\}$ ；(3) X 的分布函数 $F(x)$ 。

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

$Y \backslash X$	0	1
0	0.3	a
1	0.2	b

且 $P\{X=0\}=0.4$ ，求：(1) 常数 a, b 的值；(2) (X,Y) 关于 X 和关于 Y 的边缘分布律；(3) 判断 X 与 Y 是否相互独立？

29. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1, \\ 2-x, & 1 \leq x < 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

求：(1) $E(X)$ ；(2) $E(X^2)$ ；(3) $D(X)$ 。

五、应用题：本大题共 1 小题，每小题 10 分，共 10 分。

30. 测量某物体的质量(单位: g) 9 次, 算得平均值 $\bar{x} = 15.419\text{g}$. 已知测量数据

$$X \sim N(\mu, 0.3^2).$$

(1) 求该物体质量的置信度为 0.95 的置信区间;

(2) 为了使置信度为 0.95 的置信区间的长度不超过 0.3, 需调整测量次数, 问测量次数 n 应不小于多少? (附: $u_{0.025} = 1.96$)