

离散数学

(课程代码 02324)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分,第一部分为选择题,第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答,答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔,书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题:本大题共15小题,每小题2分,共30分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设 P :小张是数学老师, Q :小张是计算机老师。命题“小张既是数学老师又是计算机老师”的符号化形式为

A. $P \wedge Q$	B. $P \vee Q$
C. $P \rightarrow Q$	D. $P \leftrightarrow Q$
2. 下列公式为永真式的是

A. $(\neg P \wedge Q) \vee (P \rightarrow \neg Q)$	B. $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow \neg Q)$
C. $(P \wedge Q) \vee (P \vee Q)$	D. $(P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow \neg Q)$
3. 命题公式 $P \rightarrow Q$ 的主析取范式中含小项的个数是

A. 1	B. 2
C. 3	D. 4
4. 设论域元素集为 $\{a, b\}$,下列选项中与谓词公式 $\forall xP(x)$ 等价的是

A. $P(a) \wedge P(b)$	B. $\neg P(a) \wedge P(b)$
C. $P(a) \wedge \neg P(b)$	D. $P(a) \vee P(b)$
5. 下列谓词公式中 y 是自由变元的是

A. $\forall xP(x, y) \rightarrow \exists yQ(y)$	B. $\forall xP(x, y) \rightarrow \exists xQ(x)$
C. $\forall yP(x, y) \rightarrow \exists xQ(x)$	D. $\forall xP(x) \rightarrow \exists yQ(x, y)$
6. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$,下列选项中的自反关系的是

A. $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 3 \rangle \}$
B. $R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 3 \rangle \}$
C. $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$
D. $R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$

7. 设 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{5, 6, 7, 8\}$, 给定 $f = \{ \langle 1, 5 \rangle, \langle 1, 6 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 3, 7 \rangle, \langle 4, 8 \rangle \}$, 下列选项中正确的是

A. f 是从 X 到 Y 的单射	B. f 是从 X 到 Y 的满射
C. f 是从 X 到 Y 的双射	D. f 不是从 X 到 Y 的映射(函数)
8. 在自然数集 N 上,下列运算中满足交换律的是

A. $x * y = x$	B. $x * y = y$
C. $x * y = \min(x, y)$	D. $x * y = x + 2y$
9. 设 $A = \{1, 2, 3\}$, A 的真子集是

A. $\{1, 4\}$	B. $\{2, 3\}$
C. $\{1, 2, 3\}$	D. $\{4\}$
10. 设集合 A 的元素个数为2,集合 B 的元素个数为3,则 $A \times B$ 的元素个数是

A. 2	B. 3
C. 5	D. 6
11. 设 $A = \{1, 2, 3\}$,则 A 上的等价关系个数是

A. 1	B. 2
C. 3	D. 5
12. 设集合 $A = \{a, b, c\}$,定义运算 $x * y = x$,则 A 的左零元个数是

A. 0	B. 1
C. 2	D. 3
13. 下列各集合对于整除关系都构成偏序集,能构成格的集合是

A. $L = \{1, 2, 3, 4\}$	B. $M = \{1, 2, 3, 6\}$
C. $N = \{2, 3, 6\}$	D. $Q = \{1, 2, 3\}$
14. 下列度数序列中不能构成无向图的是

A. $\{1, 1, 3, 4\}$	B. $\{1, 1, 1, 1\}$
C. $\{1, 2, 2, 3\}$	D. $\{1, 1, 2, 2\}$
15. 在一个5阶简单无向图中,其结点的最大度数不可能为

A. 2	B. 3
C. 4	D. 5

第二部分 非选择题

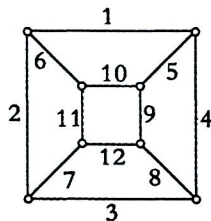
二、填空题:本大题共10小题,每小题2分,共20分。

16. P 命题取1, Q 命题取0, R 命题取1,则命题公式 $(P \rightarrow Q) \vee R$ 的真值是_____。
17. 命题公式 $P \rightarrow Q$ 的主合取范式是_____。
18. 设论域为自然数集, $\forall x \exists y(x + y = 10)$ 的真值是_____。
19. 小于10的正奇数组成的集合是_____。
20. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6\}$,则 $A \cap B =$ _____。
21. 设 $R = \{ \langle 1, a \rangle, \langle 2, b \rangle, \langle 3, c \rangle, \langle 4, a \rangle, \langle 4, b \rangle \}$,则 $\text{dom}R =$ _____。

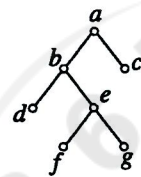
22. 在非负整数集上关于加法运算构成的代数系统中幺元是_____。
23. 不含零元的群至少_____阶。
24. 设 $A = \{1, 2, 3\}$, 则幂集格 $\langle \rho(A), \cap, \cup \rangle$ _____分配格(填是或不是)。
25. 在简单无向图 $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, 则 $|E|$ 的值最大是_____。

三、简答题: 本大题共 7 小题, 每小题 5 分, 共 35 分。

26. 写出命题公式 $(P \wedge Q) \vee \neg R$ 的主析取范式。
27. 把谓词公式 $\forall x(P(x, y) \rightarrow \forall yQ(x, y))$ 化为前束范式。
28. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 上的二元关系 $R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle \}$, 求 $r(R)$, $s(R), t(R)$ 。
29. 画出 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9\}$ 上整除关系的哈斯图, 并求出 A 的子集 $B = \{2, 3, 4\}$ 的极大元集, 极小元集。
30. 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$, 求 $A \cup B, A - B, B - A$ 。
31. 使用克鲁斯卡尔(Kruskal)算法求题 31 图的一棵最小生成树。
32. 分别使用先根法、中根法、后根法遍历题 32 图二叉树。



题 31 图



题 32 图

四、证明题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

33. 证明: $S \rightarrow \neg Q, S \vee R, \neg R \leftrightarrow Q \vdash R$ 。
34. 设集合 $A = \{a, b, c\}$, 定义运算 $x * y = y$, 则 $(A, *)$ 构成一个半群。
35. 证明: 小于 30 条边的简单平面图至少有一个顶点的度数小于 5。