

2025 年 4 月高等教育自学考试全国统一考试

高等数学 (一)

(课程代码 00020)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 函数 $f(x) = \sqrt{1 - \left(\frac{x-1}{2}\right)^2}$ 的定义域是
 - A. $[-1, 1]$
 - B. $(-1, 3)$
 - C. $(-1, 1)$
 - D. $[-1, 3]$
2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列变量与 x^2 相比为等价无穷小量的是
 - A. $1 - \cos x$
 - B. $x \sin x$
 - C. $\ln(1 - x^2)$
 - D. $\sqrt{1 + x^2} - 1$
3. 若函数 $f(x) = \begin{cases} a - e^x, & x > 0 \\ 3x + 1, & x \leq 0 \end{cases}$, 在 $x = 0$ 处连续, 则 $a =$
 - A. 2
 - B. -1
 - C. 1
 - D. 0

4. 若函数 $f(x)$ 在 $x = a$ 处可导, 则

- A. $\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$
- B. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a+h)}{h} = 2f'(a)$
- C. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h)}{h} = -f'(a)$
- D. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{h} = 2f'(a)$

5. $f'(0) = 0$ 是 $x = 0$ 为可导函数 $f(x)$ 的极值点的

- A. 必要条件
- B. 充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也非必要条件

6. 曲线 $f(x) = xe^{-x}$ 的水平渐近线为

- A. $x = 1$
- B. $x = 0$
- C. $y = 0$
- D. $y = 1$

7. 下列等式成立的是

- A. $d \int f(x) dx = f(x) dx$
- B. $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x) dx$
- C. $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x) + C$
- D. $d \int f(x) dx = f(x)$

8. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $e^z - xyz = 0$ 所确定的隐函数, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$

- A. $\frac{z}{x(z-1)}$
- B. $\frac{z}{y(z-1)}$
- C. $\frac{y}{x(z+1)}$
- D. $\frac{y}{x(1-z)}$

9. 设 D 是由直线 $y = x, y = 0, x = 1$ 所围成的有界区域, 则 $\iint_D 2 dx dy =$

- A. 2
- B. 1
- C. $\frac{1}{2}$
- D. 3

10. 下列各式中正确的是

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = 0$
- B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 0$
- C. $\int_0^{\pi} \sin 2x dx = 0$
- D. $\int_0^{\pi} \sin x dx = 0$

第二部分 非选择题

二、简单计算题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

11. 求不等式 $\frac{x-1}{x+1} \leq 0$ 的解集.

12. 求函数 $y = 1 + \ln(x+2)$ 的反函数.

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x \sin \frac{1}{x})$.

14. 设 $y = (2x+3)^5$, 求 y' .

15. 求定积分 $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$.

三、计算题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

16. 设 $y = e^x \sin x$, 求 y'' .

17. 求函数 $y = e^x + e^{-x}$, $x \in [-1, 2]$ 的最大值和最小值.

18. 求方程 $y' = -\frac{x}{y}$ 的通解.

19. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x \tan(t^2-1) dt}{(x-1)^2}$.

20. 计算反常积分 $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$.

四、综合题：本大题共 4 小题，第 21、22、23 小题各 6 分，第 24 小题 7 分，共 25 分。

21. 已知 $(1, 3)$ 是曲线 $y = ax^3 + bx^2$ 的一个拐点，求 a 和 b .

22. 设 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 0\}$, 求 $\iint_D x e^{xy} dx dy$.

23. 设 D 是由曲线 $y = x^2$ 与直线 $x = 2, y = 0$ 所围成的有界区域，求 D 绕 x 轴旋转所得的旋转体体积.

24. 设 $2\sin(x+2y-3z) = x+2y-3z$, 求证: $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$.