

数理统计学

(课程代码 03049)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。在每小题列出的备选项中只有项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 已知 A, B, C 表示三个随机事件, 则事件{ A, B 中至少有一个发生, 而 C 不发生}可表示为

A. $A\bar{C} + B\bar{C}$	B. $\bar{A}\bar{C} + \bar{B}C$
C. $A + B + \bar{C}$	D. ABC
2. 掷一枚硬币三次, $A=\{\text{三次出现同一面}\}$, 则 $P(A)=$

A. $1/8$	B. $1/4$
C. $3/8$	D. $1/2$
3. 已知 A, B 是两个随机事件, 且 $P(B)=0.5$, $P(A)=0.6$, 则 $P(AB)$ 的最大值是

A. 1	B. 0.6
C. 0.5	D. 0.1
4. 甲乙进行比试, 每次甲胜的概率为 0.6; 三局二胜比试中, 若 $A=\{\text{甲恰好第三局获胜}\}$, 则 $P(A)=$

A. 0.432	B. 0.288
C. 0.144	D. 0.072
5. 已知 $X \sim E(2)$, 则 $P\{X \leq 2\}=$

A. $1-e^{-4}$	B. e^{-4}
C. $1-2e^{-2}$	D. $4e^{-2}$

6. 已知随机变量 $X \sim B(100, 0.02)$, 设 $A=\{X=2\}$, 则 $P(A)=$

A. $1-e^{-2}$	B. $2e^{-2}$
C. $1-3e^{-2}$	D. $3e^{-2}$
7. 已知随机变量 $X \sim P(5)$, 设 $A=\{|X-5| \geq 3\}$, 则 $P(A) \leq$

A. $1/9$	B. $2/9$
C. $5/9$	D. $1/3$
8. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为一独立的随机变量序列, 记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 若 $E(X_i) = \mu$, $D(X_i) = \sigma^2$, $i=1, 2, \dots, n$ 则对于任意正数 $\varepsilon > 0$, 则切比雪夫大数定律正确的表述为

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{ \bar{X} - \mu \geq \varepsilon\} = 0$	B. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{ \bar{X} - \mu \geq \varepsilon\} = 1$
C. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{ \bar{X} - \mu \leq \varepsilon\} = 1$	D. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{ \bar{X} - \mu \leq \varepsilon\} = 0$
9. 设 X_1, X_2, \dots, X_{10} 来自正态总体 $N(0, 1)$ 的一个样本, 记 $\eta = \sum_{i=1}^{10} X_i^2$ 则 $\eta \sim$

A. $\chi^2(10)$	B. $t(10)$
C. $\chi^2(9)$	D. $t(9)$
10. 设 X_1, X_2, \dots, X_{25} 来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 记

$$\bar{X} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} X_i, S^2 = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{25} (X_i - \bar{X})^2$$
 已知 $u_{0.025} = 1.96, t_{0.025}(24) = 2.0639$, 则 μ 置信度为 95% 的置信区间为

A. $(\bar{X} - 0.392\sigma, \bar{X} + 0.392\sigma)$	B. $(\bar{X} - 0.413\sigma, \bar{X} + 0.413\sigma)$
C. $(\bar{X} - 0.413S, \bar{X} + 0.413S)$	D. $(\bar{X} - 0.392S, \bar{X} + 0.392S)$

二、多项选择题: 本大题共 5 小题, 每小题 2 分, 共 10 分。在每小题列出的备选项中至少有两项是符合题目要求的, 请将其选出, 错选、多选或少选均无分。

11. 设 A, B 表示 2 个事件, 且 $P(A)=0.7$, $P(B)=0.6$, 则 $P(AB)$ 可以取值有

A. 0.7	B. 0.6
C. 0.5	D. 0.3
E. 0.2	
12. 已知随机变量 $X \sim \chi^2(6)$, 则有

A. $E(X)=6$	B. $E(X)=12$
C. $D(X)=6$	D. $D(X)=12$
E. $E(X)=2D(X)$	
13. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的一组样本, 期望 μ 的假设检验常用的方法有

A. u-test	B. t-test
C. χ^2 -test	D. F-test
E. 点估计	

14. 函数 $F(x)$ 为随机变量 X 的分布函数, $F(x)$ 不具有下列哪些性质
 A. 连续 B. 右连续
 C. 单调递增 D. $0 \leq F(x) \leq 1$
 E. 单调不减
15. 设 X_1, X_2, \dots, X_{20} 为来自正态总体 $N(\mu, 100)$ 的独立样本, 记,

$$\bar{X} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} X_i, \bar{Y} = \frac{1}{8} \sum_{i=13}^{20} X_i, \text{ 则 } \mu \text{ 的无偏估计为}$$

- A. $0.6\bar{X} + 0.4\bar{Y}$ B. $0.4\bar{X} + 0.6\bar{Y}$
 C. $0.5\bar{X} + 0.5\bar{Y}$ D. $0.8\bar{X} + 0.4\bar{Y}$
 E. $\bar{X} + \bar{Y}$

三、判断题: 本大题共 10 小题, 每小题 1 分, 共 10 分。判断下列各题正误, 正确的在答题卡相应位置涂“A”, 错误的涂“B”。

16. 已知随机事件 A, B , $P(A)=0.5$, $P(B)=0.6$, $P(AB)=0.3$, 则事件 A 与 B 独立。
 17. 若随机变量 $X \sim U(1, 5)$, 则 $D(X)=2$ 。
 18. 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 则 $P\{X < 0\}=0.5$ 。
 19. X 为任一随机变量, 则必有 $E(X) \geq 0$ 。
 20. 若 $P(B) > P(A)$ 成立, 则必有 $A \subseteq B$ 成立。
 21. 假设检验中, 可能会出现两类错误。
 22. 随机变量 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} > 0$, 则 X 与 Y 负相关。
 23. 随机样本与样本观测值是两个含义相同的概念, 本质无差异。
 24. 事件组 A_1, A_2, \dots, A_n 是样本空间的一个划分, 则必有 $\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$ 。
 25. 设总体 $X \sim N(100, 16)$, X_1, X_2, \dots, X_8 是来自总体 X 的一组样本, \bar{X} 为样本均值, 则必有 $D(\bar{X})=2$ 。

第二部分 非选择题

四、名词解释题: 本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分。

26. 三个事件独立
 27. $t(n)$ 分布
 28. 区间估计
 29. 有效估计
 30. 样本均方差

五、简答题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

31. 离散型随机变量 X 的分布律 $P\{X = x_i\} = p_i, i = 1, 2, \dots, n$, 简述分布律的性质。
 32. 简述古典概型的特点。
 33. 设总体 $X \sim U[0, \theta]$, 式中 θ 是未知参数, 3, 2, 4, 3, 3 是一组来自总体 X 的样本, 则 θ 的矩估计是多少?

六、应用题: 本大题共 2 小题, 每小题 15 分, 共 30 分。

34. 某仪器由两个部件组成, 假设各部件的质量互不影响, 且它们的优质品率分别为 0.8, 0.7。如果两个部件都是优质品, 组装后的仪器不合格率为 0.1; 如果有一个部件不是优质品, 组装后的仪器不合格率为 0.6; 如果有两个部件都不是优质品, 则组装后仪器不合格率为 0.9; 现从组装的仪器中任选一个。试求解下列问题:
 (1) 所选得的仪器为不合格品的概率为多少?
 (2) 若发现所选仪器不合格, 问它有 0 个优质部件, 1 个优质部件的概率哪个大?
 35. 一盒装有三种规格的螺钉共 100 颗, 其中质量为 8 克、9 克、10 克的概率分别为 0.3、0.2、0.5。试求:
 (1) 这盒螺钉的总质量在 900 克到 940 克之间的概率?
 (2) 质量为 10 克的螺钉数不多于 60 颗的概率?
 $(\varphi(2.57) = 0.9949, \varphi(0.86) = 0.8051, \varphi(1.78) = 0.9625, \varphi(1.65) = 0.9505)$