座位号：________

姓名：________

绝密★启用前

2025 年 4 月高等教育自学考试全国统一命题考试

线性代数（经管类）

（课程代码　04184）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

说明：在本卷中，A^{T}表示矩阵 A 的转置矩阵，A^*表示矩阵 A 的伴随矩阵，E 是单位矩阵，$|A|$表示方阵 A 的行列式，$\mathrm{r}(A)$表示矩阵 A 的秩.

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 行列式$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix}$第 1 行第 2 列元素的代数余子式 $A_{12}=$

A. -3　　B. -1　　C. 1　　D. 3

2. 已知 $P\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}-3a_{31} & a_{22}-3a_{32} & a_{23}-3a_{33} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$，则矩阵 $P=$

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

3. 若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，则下列向量组中线性无关的是

A. $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_2+\alpha_3$　　B. $\alpha_1,\alpha_3,\alpha_1-\alpha_3$

C. $\alpha_1-\alpha_2,\alpha_2-\alpha_3,\alpha_3-\alpha_1$　　D. $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_1$

4. 设 3 阶实对称矩阵 A 的全部特征值为 0，2，2，则齐次线性方程组 $(2E-A)x=0$ 的基础解系所含解向量的个数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

5. 设实对称矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$，则 3 元二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x^{\mathrm{T}}Ax$ 的正惯性指数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

第二部分　非选择题

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

6. 行列式$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 6 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}=$________.

7. 设 3 阶行列式$\begin{vmatrix} a_{11} & 2 & a_{13} \\ a_{21} & 2 & a_{23} \\ a_{31} & 2 & a_{33} \end{vmatrix}=2$，若元素$a_{ij}$的代数余子式为$A_{ij}$（$i,j=1,2,3$），则

$A_{12}+A_{22}+A_{32}=$________.

8. 矩阵方程$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}X=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$的解$X=$________.

9. 设向量组$\alpha_1=(1,1,-2)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_2=(0,-1,1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_3=(a,1,1)^{\mathrm{T}}$线性相关，则数

$a=$________.

10. 3 元齐次线性方程组$\begin{cases} x_1-x_2+3x_3=0 \\ 2x_2+x_3=0 \end{cases}$的基础解系中所含解向量的个数为________.

11. 已知$x_1=(-1,0,1)^{\mathrm{T}}$，$x_2=(2,6,3)^{\mathrm{T}}$是3元非齐次线性方程组$Ax=b$的两个解向量，

则对应齐次线性方程组$Ax=0$有一个非零解向量$\xi=$________.

12. 已知向量组$\alpha_1=(1,1,0)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_2=(-3,k,0)^{\mathrm{T}}$，　$\alpha_3=(0,0,1)^{\mathrm{T}}$是向量空间$\mathbf{R}^3$的基，则数

k的取值范围是________.

13. 已知 2 阶实对称矩阵A的特征值为-2，5，其对应的特征向量分别为$\alpha_1=(1,1)^{\mathrm{T}}$，

$\alpha_2=(1,k)^{\mathrm{T}}$，则数$k=$________.

14. 设矩阵$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$为正交矩阵，则常数$a=$________.

15. 二次型$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1x_2+2x_1x_3-2x_2x_3$的秩为________.

三、计算题：本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分。

16. 计算 4 阶行列式$D=\begin{vmatrix} a & -a & a & x-a \\ a & -a & x+a & -a \\ a & x-a & a & -a \\ x+a & -a & a & -a \end{vmatrix}$.

17. 设矩阵$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$，求$A^*$，并由此求出$A^{-1}$.

18. 已知矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 8 & 9 & 12 \\ 14 & 15 & 17 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$，求满足$(2B-A)C^{\mathrm{T}}=E$的矩阵$C$.

19. 求向量组$\alpha_1=(1,\ 2,\ 3,\ 1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_2=(1,1,2,-1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_3=(2,6,7,5)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_4=(3,4,7,-1)^{\mathrm{T}}$，

$\alpha_5=(0,-3,-2,-5)^{\mathrm{T}}$的秩和一个极大无关组，并把其余向量用该极大无关组线性

表示.

20. 已知线性方程组$\begin{cases} x_1+2x_2+4x_3=3 \\ x_1+ax_2+3x_3=2 \\ x_1+2x_2+ax_3=1 \end{cases}$有无穷多解，确定数$a$的值并求出其通解.

（要求用它的一个特解和导出组的基础解系表示）

21. 设矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$的三个特征值分别为$-2,0,2$，求数$a$及可逆矩阵$P$，使

$P^{-1}AP=\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

22. 已知二次型$f(x_1,x_2)=ax_1^2+4x_1x_2+5x_2^2$经正交变换$x=Py$化为标准形$7y_1^2+3y_2^2$，求

数a及所用的正交矩阵P.

四、证明题：本题 7 分。

23. 设A为n阶矩阵，α_1,α_2分别是A的属于特征值λ_1,λ_2的特征向量，且$\lambda_1\neq\lambda_2$. 证

明：当$\lambda_2\neq0$时，向量组$\alpha_1,A(\alpha_1+\alpha_2)$线性无关.