

离散数学

(课程代码 02324)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分,第一部分为选择题,第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答,答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔,书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题:本大题共15小题,每小题2分,共30分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设 P :张三是篮球运动员, Q :李四是篮球运动员。命题“张三和李四都是篮球运动员”可符号化为
A. $P \vee Q$ B. $P \wedge Q$ C. $P \rightarrow Q$ D. $P \leftrightarrow Q$
2. 下列公式为矛盾式的是
A. $(P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow \neg Q)$ B. $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow \neg Q)$
C. $(P \rightarrow \neg Q) \wedge (\neg P \rightarrow Q)$ D. $(P \rightarrow \neg P) \wedge (\neg P \rightarrow P)$
3. 命题公式 $(P \wedge Q) \rightarrow Q$ 的主析取范式中含小项的个数是
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 设论域元素集为 $\{a, b\}$,消去谓词公式 $\forall x \neg P(x)$ 中的量词后,下列选项中正确的是
A. $P(a) \wedge P(b)$ B. $\neg P(a) \wedge P(b)$
C. $P(a) \wedge \neg P(b)$ D. $\neg P(a) \wedge \neg P(b)$
5. 下列谓词公式中 x 是自由变元的是
A. $\forall x P(x, y) \rightarrow \exists y Q(y)$ B. $\forall x P(x, y) \rightarrow \exists x Q(x)$
C. $\forall y P(x, y) \rightarrow \exists y Q(x, y)$ D. $\forall x P(x) \rightarrow \exists y Q(x, y)$
6. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$,下列选项中的关系 R 满足对称性的是
A. $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 3 \rangle \}$
B. $R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 3 \rangle \}$
C. $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$
D. $R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$

7. 设 $X = \{1, 2, 3, 4\}, Y = \{5, 6, 7, 8, 9\}$,给定 $f = \{ \langle 1, 5 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 3, 7 \rangle, \langle 4, 8 \rangle \}$,下列选项中正确的是

- A. f 是从 X 到 Y 的单射 B. f 是从 X 到 Y 的满射
C. f 是从 X 到 Y 的双射 D. f 不是从 X 到 Y 的映射(函数)
8. 在自然数集 N 上,下列运算中满足结合律的是
A. $x * y = x - y$ B. $x * y = y$ C. $x * y = |x - y|$ D. $x * y = x + 2y$
 9. 设 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$, $A \cup B$ 是
A. $\{1, 4\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{1, 2, 3, 4\}$ D. $\{2, 4\}$
 10. 设集合 $A = \{a, b, c\}$,集合 $B = \{d, e, f, g\}$,则 $A \cup B$ 的元素个数是
A. 3 B. 4 C. 7 D. 12
 11. 设 $A = \{1, 2\}$,则 A 上的等价关系个数是
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
 12. 设集合 $A = \{a, b, c\}$,定义运算 $x * y = x$,则 A 的右零元个数是
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
 13. 下列各集合对于整除关系都构成偏序集,不能构成格的集合是
A. $L = \{1, 2, 3, 4\}$ B. $M = \{1, 2, 3, 6\}$ C. $N = \{3, 6, 12\}$ D. $Q = \{1, 5\}$
 14. 下列度数列中能构成无向图的是
A. $\{1, 1, 3, 4\}$ B. $\{1, 1, 1, 1\}$ C. $\{1, 2, 1, 3\}$ D. $\{1, 1, 1, 2\}$
 15. 在一个6阶简单无向图中,其结点的最大度数为
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

第二部分 非选择题

二、填空题:本大题共10小题,每小题2分,共20分。

16. 设 $R = \{ \langle 1, a \rangle, \langle 2, b \rangle, \langle 3, c \rangle, \langle 4, a \rangle, \langle 4, b \rangle \}$,则 $\text{ran} R =$ _____。
17. 在非负整数集上关于乘法运算构成的代数系统中幺元是_____。
18. 群中的幂等元只能是_____。
19. 设 $\langle B, \wedge, \vee, ', 0, 1 \rangle$ 是布尔代数,对 $\forall a, b \in B, b \vee (a \wedge b') =$ _____。
20. 边 e 不含在图 G 的任一回路中,则边 e 是_____。
21. P 命题真值取1, Q 命题真值取0, R 命题真值取1,则命题公式 $(P \wedge \neg Q) \rightarrow \neg R$ 的真值是_____。
22. 命题公式 $(P \wedge Q) \rightarrow \neg Q$ 的主合取范式是_____。
23. 设论域为自然数集, $\exists y \forall x (x + y = 10)$ 的真值是_____。

24. 小于 10 的正偶数组成的集合是_____。

25. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 则 $A - B =$ _____。

三、简答题:本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分。

26. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 上的二元关系 $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$, 求 $r(R)$, $s(R)$, $t(R)$ 。

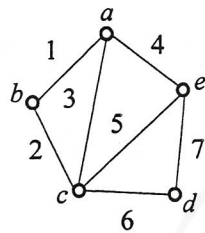
27. 写出命题公式 $(P \rightarrow Q) \wedge R$ 的主析取范式。

28. 把谓词公式 $\exists x(P(x, y) \rightarrow \exists yQ(x, y))$ 化为前束范式。

29. 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 5, 6\}$, 求 $A \cup B$, $A \cap B$ 。

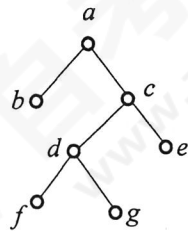
30. 画出 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$ 上整除关系的哈斯图, 并求出 A 的子集 $B = \{2, 3, 6\}$ 的极大元集, 极小元集。

31. 依据带权图题 31 图, 使用 *Kruskal* (克鲁斯卡尔) 算法列出详细选边过程, 画出对应的最小生成树, 并求最小生成树的权。



题 31 图

32. 分别使用先根法、中根法、后根法遍历题 32 图的二叉树。



题 32 图

四、证明题:本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分。

33. 某勘探队有 3 个队员, 有一天取得一块矿样, 3 人判断如下: 甲说:“这不是铁, 也不是铜。”, 乙说“这不是铁, 是锡。”, 丙说“这不是锡, 是铁。”, 结果其中一人全对, 一人全错, 一人对一半。请用命题真值的方法证明上述说法是存在的, 并判断此时矿样是什么金属。

34. 证明: 设 $\langle L, \wedge, \vee \rangle$ 是分配格, 对 $\forall a, b, c \in L$, 如果 $a \wedge c = b \wedge c, a \vee c = b \vee c$, 则有 $a = b$ 。

35. 证明: 若某次会议有 30 人参加, 其中每人都至少有 15 个朋友, 这 30 人围一圆桌入座, 则一定存在能安排相邻的人都是朋友的情形入座。