

2025 年 10 月高等教育自学考试全国统一考试

概率论与数理统计 (二)

(课程代码 02197)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 设 A, B 为两个随机事件, 则 $(A \cup B)A =$
 - A. AB
 - B. A
 - C. B
 - D. $A \cup B$
2. 设 A, B 为两个随机事件, 且 $P(AB) > 0$, 则 $P(A|AB) =$
 - A. $P(B)$
 - B. $P(AB)$
 - C. $P(A \cup B)$
 - D. 1
3. 某人连续向一目标射击, 每次命中目标的概率为 $\frac{3}{4}$, 他连续射击直到命中为止, 则射击次数为 3 的概率是
 - A. $\left(\frac{3}{4}\right)^3$
 - B. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \frac{1}{4}$
 - C. $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{3}{4}$
 - D. $C_3^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)$

4. 设随机变量 $X \sim B(4, 0.2)$, 则 $P\{X > 3\} =$

- A. 0.0016
- B. 0.0272
- C. 0.4096
- D. 0.8192

5. 如果函数 $f(x) = \begin{cases} x, & a \leq x \leq b \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 是某连续型随机变量 X 的概率密度, 则区间 $[a, b]$ 可

以是

- A. $[0, 1]$
- B. $[0, \sqrt{2}]$
- C. $[0, 2]$
- D. $[1, 2]$

6. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

	Y	0	1	2
X				
	1	0.1	0.2	0.25
	2	0	0.15	0.3

则 $P\{X \leq Y\} =$

- A. 0.25
- B. 0.45
- C. 0.55
- D. 0.75

7. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布函数为 $F(x, y)$, (X, Y) 关于 Y 的边缘分布函数为

$F_Y(y)$, 则 $F_Y(y) =$

- A. $F(-\infty, y)$
- B. $F(+\infty, y)$
- C. $F(y, -\infty)$
- D. $F(y, +\infty)$

8. 设随机变量 X 服从参数为 $\frac{1}{2}$ 的指数分布, 则 $E(2X - 1) =$

- A. 0
- B. 1
- C. 3
- D. 4

9. 设 (X, Y) 为二维随机变量, 则 X 与 Y 不相关的充分必要条件是

- A. X 与 Y 相互独立
- B. $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$
- C. $E(XY) = E(X)E(Y)$
- D. $(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$

10. 设 X 为随机变量, $E(X)=0.1$, $D(X)=0.01$, 则由切比雪夫不等式可得

- A. $P\{|X-0.1|\geq 1\}\leq 0.01$ B. $P\{|X-0.1|\geq 1\}\geq 0.99$
C. $P\{|X-0.1|< 1\}\leq 0.99$ D. $P\{|X-0.1|< 1\}\leq 0.01$

第二部分 非选择题

二、填空题: 本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分。

11. 从 1, 2, 3, 4, 5 中任取 3 个数字, 则这 3 个数字中不含 1 的概率为 _____.
12. 设随机事件 A 与 B 互不相容, $P(A)=0.2$, $P(A\cup B)=0.5$, 则 $P(B)=$ _____.
13. 设 A, B, C 表示三个随机事件, 则用 A, B, C 的运算表示事件 A, B, C 至少有一个发生为 _____.
14. 设随机变量 $X\sim N(0, 1)$, $\phi(x)$ 为其分布函数, 则 $\phi(x)+\phi(-x)=$ _____.
15. 设 X 为连续型随机变量, c 是一个常数, 则 $P\{X=c\}=$ _____.
16. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 概率密度为 $f(x)$, 则在 $f(x)$ 的连续点处, $f(x)$ 与 $F(x)$ 的关系为 $f(x)=$ _____.
17. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $P\{X\leq 1\}=\frac{1}{2}$, $P\{Y\leq 1\}=\frac{1}{3}$, 则 $P\{X\leq 1, Y\leq 1\}=$ _____.
18. 设二维随机变量 (X, Y) 在区域 $D=\{-1\leq x\leq 2, 0\leq y\leq 2\}$ 上服从均匀分布, 则 (X, Y) 的概率密度 $f(x, y)$ 在 D 上的表达式为 _____.
19. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $D(X)=D(Y)=1$, 则 $D(X-Y)=$ _____.
20. 设随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布, 则 $D(X)=$ _____.

21. 设 X 为随机变量, 且 $E(X)=2$, $D(X)=4$, 则 $E(X^2)=$ _____.

22. 设随机变量 $X\sim B(100, 0.2)$, 应用中心极限定理可得 $P\{X\geq 30\}\approx$ _____.

23. 设总体 X 服从 0-1 分布: $P\{X=1\}=p$, $P\{X=0\}=1-p$, $0<p<1$, X_1, X_2, \dots, X_n 为其样本, 则样本均值 \bar{X} 的数学期望 $E(\bar{X})=$ _____.

24. 总体 $X\sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, X_3 是来自 X 的样本, 若 $\hat{\mu}=\frac{1}{3}X_1+aX_2+\frac{1}{6}X_3$ 是未知参数 μ 的无偏估计时, 则常数 $a=$ _____.

25. 设 α, β 分别是假设检验中第一、第二类错误的概率, 且 H_0, H_1 分别为原假设和备择假设, 则 $P\{\text{接受 } H_0 | H_0 \text{ 不真}\}=$ _____.

三、计算题: 本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分。

26. 盒中有 5 个白球, 3 个黑球, 连续不放回地从其中取两次球, 每次取一个, 求: (1) 两次都取到白球的概率; (2) 第二次取到白球的概率. (设 A, B 分别表示事件第一次取球取到白球、第二次取球取到白球)

27. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} ax, & 0\leq x\leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

求: (1) 常数 a ; (2) $P\left\{|X|\leq \frac{1}{2}\right\}$.

四、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分。

28. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

	Y	0	1
X	0	0.3	0.3
	1	0.3	c

求: (1) 常数 c ; (2) X 与 Y 是否相互独立, 为什么? (3) $P\{X+Y=1\}$.

29. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

	Y	
	-1	1
X		
-1	0.25	0
1	0.5	0.25

求: (1) (X, Y) 关于 X, Y 的边缘分布律;

(2) $E(X), D(X), E(Y), E(XY), \text{Cov}(X, Y)$.

五、应用题: 本大题共 1 小题, 每小题 10 分, 共 10 分。

30. 某车间生产滚珠, 从长期实践知道, 滚珠直径 X (单位: mm) 服从正态分布. 从某天产品里随机抽取 6 个, 测得直径为 14.6, 15.1, 14.9, 14.8, 15.2, 15.1. 若总体方差 $\sigma^2 = 0.06$, 求总体均值 μ 的置信度为 95% 的置信区间.

(附: $u_{0.025} = 1.96, u_{0.05} = 1.645$)

