

绝密★启用前

2025年10月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（经管类）

（课程代码 04183）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 掷两颗骰子，观察出现的点数， A 表示“点数之和为2”， B 表示“点数之和为12”，则下列式子正确的是
A. $P(A) < P(B)$ B. $P(A) < P(\bar{B})$
C. $P(B) < P(A)$ D. $P(\bar{A}) < P(B)$
2. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，则 $P\{X \geq 1\} =$
A. $e^{-\lambda}$ B. $\lambda e^{-\lambda}$ C. $1 - e^{-\lambda}$ D. 1
3. 若随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{4}}$ ，则 X 服从的分布是
A. $N(0,1)$ B. $N(0, \sqrt{2})$ C. $N(0,2)$ D. $N(0,4)$
4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立同分布，且 $P\{X = -1\} = P\{X = 1\} = \frac{1}{2}$ ，则下列式子正确的是
A. $P\{X = Y\} = \frac{1}{2}$ B. $P\{X = Y\} = 1$
C. $P\{X + Y = 0\} = \frac{1}{4}$ D. $P\{XY = 1\} = \frac{1}{4}$

5. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq x, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则常数 $a =$

A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. 4

6. 设随机变量 $X \sim B(4, \frac{1}{2})$ ，则 $E[(X+1)^2] =$

A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

7. 下列关于大数定律的描述中，正确的是

A. 大数定律是描述大量随机试验的平均结果稳定性的定理
B. 大数定律说明运用少量随机试验就能准确地预测结果
C. 大数定律仅适用于有限次随机试验
D. 大数定律表明所有随机事件都会趋向于一个确定值

8. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本， S^2 为样本方差，则

A. $S^2 \sim N(\mu, \sigma^2)$ B. $S^2 \sim N(\mu, \sigma^2/n)$
C. $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ D. $\frac{nS^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$

9. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 σ^2 未知，样本容量为 n ， \bar{X} 为样本均值， S^2 为样本方差，则对 μ 进行区间估计，应使用的随机变量是

A. $U = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}$ B. $U = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$
C. $T = \frac{\bar{X} - \mu}{S}$ D. $T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$

10. 某种零件的长度（单位：mm）服从正态分布 $N(\mu, 4^2)$ ，现随机抽取9个零件，测得平均长度为82，在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，检验假设 $H_0: \mu = 80; H_1: \mu \neq 80$ ，则检验统计量的值为

A. 0.5 B. 1.5 C. 2.5 D. 3.5

第二部分 非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 已知 $P(A)=0.6$, $P(A-B)=0.3$, 则 $P(\overline{AB})=$ _____.
12. 设事件 A 表示“使用 AI 工具辅助学习课程的学生”, 事件 B 表示“学生通过课程考核”, 已知 $P(A)=0.6$, $P(B|A)=0.85$, $P(B|\overline{A})=0.8$, 则 $P(B)=$ _____.
13. 设在 4 次独立试验中, 每次试验事件 A 发生的概率相等, 若已知 A 至少发生 1 次的概率是 $\frac{65}{81}$, 则 A 在 1 次试验中发生的概率为_____.
14. 某电子元件的寿命 X (单位: h) 服从参数为 $\lambda=0.001$ 的指数分布, 则该电子元件的寿命超过 1000 h 的概率为_____.
15. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} 4x^3, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则使 $P\{X > a\}=15P\{X < a\}$ 成立的常数 $a=$ _____.
16. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

	Y			
		1	2	3
X				
1		0.3	0.1	0.1
2		0.2	0.1	a

- 则 $P\{X \neq Y\}=$ _____.
17. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, X 服从区间 $[0, 2]$ 上的均匀分布, Y 服从参数为 1 的指数分布, 则 $P\{X \leq 1, Y \leq \ln 2\}=$ _____.
18. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} 3x^2, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则 $D(4X)=$ _____.
19. 设 X 为随机变量, $Y=3-2X$, 则 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=$ _____.
20. 设 X_1, X_2, \dots, X_{100} 是独立同分布的随机变量, 且 $E(X_i)=2, D(X_i)=9$ ($i=1, 2, \dots, 100$), 则依中心极限定理, $P\left\{\sum_{i=1}^{100} X_i > 230\right\}$ 用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 可近似表示为_____.
21. 设 X_1, X_2, \dots, X_{10} 是来自标准正态总体 X 的样本, 则统计量 $\sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X})^2$ 服从的 χ^2 分布的自由度为_____.

22. 设从 0-1 分布的总体中随机抽取样本, 观测值为 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 则参数 p 的矩估计值为_____.
23. 从总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 中随机抽取容量为 10 的样本, 计算得样本方差 $s^2=4.5$, 已知 $\chi_{0.975}^2(9)=2.7$, 则总体方差 σ^2 的置信度为 95% 的置信上限为_____.
24. 设假设检验中犯第二类错误的概率为 0.2, 且 H_0 为原假设, 则 $P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 不真}\}=$ _____.
25. 依据样本 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$ 得到一元线性回归方程 $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$, 计算得 $\bar{x}=80$, $\bar{y}=86$, $L_{xx}=10$, $L_{xy}=11$, 则回归常数 $\hat{\beta}_0=$ _____.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 袋中有 4 个红球和 3 个白球, 每次无放回地随机抽取一球. 设事件 A 为“前两次均抽到红球”, 事件 B 为“第三次抽到白球”. 求 $P(A), P(B), P(B|A), P(AB)$.
27. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y)=\begin{cases} k(x+y), & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ 求: (1) 常数 k ; (2) $P\{X+Y \leq 1\}$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 某实验室进行独立重复实验, 每次实验成功的概率为 p ($0 < p < 1$), 设随机变量 X 表示“首次成功时已进行的实验次数”, Y 表示“前 3 次实验中成功的次数”.
(1) 求 X 的分布律; (2) 求 Y 的分布律; (3) 当 $p=\frac{2}{3}$ 时, 求 $P\{X \leq 2\}, P\{Y \geq 1\}$.
29. 设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases} 2x, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} Y=X^2+1$.
求: (1) $E(X), D(X)$; (2) Y 的概率密度 $f_Y(y)$ 及 $E(Y), D(Y)$; (3) $\text{Cov}(X, Y)$.

五、应用题：本题 10 分。

30. 某工厂生产一种零件, 标准长度为 40.0 mm. 质检部门随机抽取 36 个零件进行测量, 计算得样本均值为 39.2 mm, 样本标准差为 1.2 mm. 若零件的长度服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 试在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下, 检验零件的平均长度与标准长度是否存在显著差异? (附: $t_{0.025}(35)=2.03$)