座位号：

姓名：

绝密★启用前

2025年10月高等教育自学考试全国统一命题考试

线性代数（经管类）

（课程代码　04184）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

说明：在本卷中，A^{T}表示矩阵A的转置矩阵，A^*表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，$|A|$表示方阵A的行列式，$\mathrm{r}(A)$表示矩阵A的秩.

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共5小题，每小题2分，共10分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 设3阶行列式$|A|$的第2行元素依次为a,b,c，对应的余子式为$-1,-1,1$，则$|A|=$

A. $-a-b-c$　　B. $-a-b+c$　　C. $a-b-c$　　D. $a-b+c$

2. 已知$f(x)=\begin{vmatrix} x & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \end{vmatrix}=a_1x+a_0$，则$a_0=$

A. -7　　B. -4　　C. 4　　D. 7

3. 已知矩阵$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & -3 \end{pmatrix}$，则$A^*$的位于第2行第1列的元素是

A. -4　　B. -3　　C. 3　　D. 4

4. 设向量$\alpha_1=(a_1,a_2)^{\mathrm{T}},\alpha_2=(b_1,b_2)^{\mathrm{T}},\beta_1=(a_1,a_2,a_3)^{\mathrm{T}},\beta_2=(b_1,b_2,b_3)^{\mathrm{T}}$，下列结论中正确的是

A. 若β_1,β_2线性相关，则α_1,α_2线性相关

B. 若β_1,β_2线性无关，则α_1,α_2线性相关

C. 若β_1,β_2线性相关，则α_1,α_2线性无关

D. 若β_1,β_2线性无关，则α_1,α_2线性无关

5. 下列矩阵中不能与对角矩阵相似的是

A. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$　　C. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

第二部分　非选择题

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

6．4 阶行列式 $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}=$________.

7．设 3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=-\boldsymbol{A}$，则 $|\boldsymbol{A}|=$________.

8．设 $\boldsymbol{A}$ 为 2 阶矩阵，若 $\boldsymbol{A}^{-1}=\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{A}^{*}=$________.

9．设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶矩阵，$|\boldsymbol{A}|=-\dfrac{1}{3}$，则行列式 $|(3\boldsymbol{A})^{-1}+3\boldsymbol{A}^{*}|=$________.

10．设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}=$________.

11．设 2 阶矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} k & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$，向量 $\boldsymbol{\alpha}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. 若向量 $\boldsymbol{A\alpha}$ 与 $\boldsymbol{\alpha}$ 线性相关，则 $k=$________.

12．设线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的增广矩阵 $(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b})=\left(\begin{array}{ccc:c} -1 & -4 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & t+1 & 0 \\ 0 & t & -3 & 3 \end{array}\right)$，若该线性方程组有无穷多解，则数 $t=$________.

13．设 3 阶实对称矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值为 $-1,-1,1$，则 $\boldsymbol{A}^2=$________.

14．二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1+x_2)^2+(x_2-x_3)^2$ 的秩为________.

15．若实对称矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与矩阵 $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 合同，则二次型 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Ax}$ 的规范形为________.

三、计算题：本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分。

16．计算 3 阶行列式 $D=\begin{vmatrix} 2a & 2a & a-b-c \\ 2b & b-c-a & 2b \\ c-a-b & 2c & 2c \end{vmatrix}$.

17．设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$，求 $\boldsymbol{BA}^{-1}$.

18．设向量 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,-1,2,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(0,1,-1,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(2,-1,a+2,3)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\beta}=(1,-2,3,b)^{\mathrm{T}}$，分别确定当数 a,b 取何值时

（1）$\boldsymbol{\beta}$ 不能由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表出；

（2）$\boldsymbol{\beta}$ 能由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表出，且表示法唯一；

（3）$\boldsymbol{\beta}$ 能由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表出，且表示法不唯一.

19．求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,-1,2,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(1,0,2,2)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(0,2,1,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_4=(1,0,3,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_5=(-1,5,-1,2)^{\mathrm{T}}$ 的秩和一个极大线性无关组，并将向量组中的其余向量由该极大线性无关组线性表出.

20．求线性方程组 $\begin{cases} x_1-x_2-3x_4=-2 \\ x_1+2x_3-2x_4=-1 \\ 2x_1-2x_2+x_3-6x_4=-5 \\ -x_1+2x_2+3x_3+4x_4=2 \end{cases}$ 的通解（要求用其一个特解和导出组的基础解系表示）.

21．已知 2 阶矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & k \end{pmatrix}$ 的一个特征值 $\lambda_1=-1$，求数 k 的值和 $\boldsymbol{A}$ 的另一个特征值 λ_2.

22．用配方法将 3 元二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_1x_2+2x_1x_3+4x_2x_3$ 化为标准形，并写出所作的可逆线性变换.

四、证明题：本题 7 分。

23．设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶可逆矩阵，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 为线性无关的 n 维列向量. 证明：向量组 $\boldsymbol{\beta}_1=\boldsymbol{A\alpha}_1$，$\boldsymbol{\beta}_2=\boldsymbol{A\alpha}_2$ 线性无关.