

2025年10月高等教育自学考试全国统一考试

## 大学数学

(课程代码 06227)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

## 第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 函数  $f(x) = \frac{\ln(x+4)}{\sqrt{5-x}}$  的定义域是
 

A. $(-4, 5)$	B. $(-4, 5]$
C. $[-4, 5)$	D. $[-4, 5]$
2. 当  $x \rightarrow 0$  时,  $y = \sin \frac{1}{x}$  为
 

A. 无穷小量	B. 无穷大量
C. 无界变量	D. 有界变量但不是无穷小量
3. 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导, 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+3h) - f(x_0)}{h}$  等于
 

A. $-3f'(x_0)$	B. $3f'(x_0)$
C. $-2f'(x_0)$	D. $2f'(x_0)$

$$4. \text{ 已知函数 } f(x) = \begin{cases} -2, & x \leq -1 \\ x-1, & -1 < x < 0 \\ \sqrt{1-x^2}, & 0 \leq x < 1 \end{cases}, \text{ 则 } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \text{ 和 } \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| A. 都存在           | B. 都不存在          |
| C. 第一个不存在, 第二个存在 | D. 第一个存在, 第二个不存在 |

$$5. \text{ 函数 } f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}, \text{ 在 } x=0 \text{ 处}$$

- |        |            |
|--------|------------|
| A. 左连续 | B. 右连续     |
| C. 连续  | D. 左、右皆不连续 |

$$6. \text{ 函数 } f(x) = (x-1)(x-3) \text{ 在区间 } [1, 3] \text{ 上满足罗尔定理的 } \xi =$$

- |      |      |
|------|------|
| A. 0 | B. 1 |
| C. 2 | D. 3 |

$$7. \text{ 极限 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\sin x} =$$

- |        |             |
|--------|-------------|
| A. 1   | B. 0        |
| C. 不存在 | D. $\infty$ |

$$8. \text{ 设 } F'(x) = G'(x), \text{ 则}$$

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| A. $F(x) = G(x)$ 为常数 | B. $F(x) - G(x)$ 为常数 |
| C. $F(x) - G(x) = 0$ | D. $F(x) + G(x) = 0$ |

$$9. \text{ 下列选项中, 积分等于 1 的是}$$

- |                              |                        |
|------------------------------|------------------------|
| A. $\int_0^1 x dx$           | B. $\int_0^1 (x+1) dx$ |
| C. $\int_0^1 \frac{1}{2} dx$ | D. $\int_0^1 1 dx$     |

$$10. \text{ 微分方程 } xy''' + 2y'' + x^2y = 0 \text{ 的阶是}$$

- |      |      |
|------|------|
| A. 1 | B. 2 |
| C. 3 | D. 4 |

二、判断题: 本大题共 10 小题, 每小题 1 分, 共 10 分。判断下列各题正误, 正确的在答题卡相应位置涂“**A**”, 错误的涂“**B**”。

$$11. \text{ 若 } \int f(x) dx = x^3 + C, \text{ 则 } f(x) = x^2.$$

12. 若函数  $f(x)$  在  $x_0$  处可导, 且在  $x_0$  处取得极值, 则  $f'(x_0) = 0$ .
13. 若  $f(x)$  在  $x_0$  处可导, 则  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  一定存在.
14.  $d(ax^2 + b) = 2ax$ .
15. 连续但不可导的点也可能是极值点.
16.  $f(x) = \sin x$  是一个无穷小量.
17.  $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x) + C$ .
18.  $y = \frac{x^2}{x}$  与  $y = x$  为同一函数.
19. 如果  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可导, 则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可积.
20. 函数  $y = (c_1 + c_2 x)e^{-x}$  ( $c_1, c_2$  是任意常数) 是微分方程  $y'' + 2y' + y = 0$  的通解.

## 第二部分 非选择题

三、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分.

21. 设  $f(x-1) = x^2 + x$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.
22.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{x^4 - 3x^2 + 1} =$  \_\_\_\_\_.
23. 设  $y = e^x + e^{-x} \sqrt{a^2 + b^2}$ , 则  $y'' =$  \_\_\_\_\_.
24.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} =$  \_\_\_\_\_.
25.  $\int \left( 3x^2 + 2x + \frac{1}{x^2} \right) dx =$  \_\_\_\_\_.
26.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx =$  \_\_\_\_\_.

四、计算题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分.

27. 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2+x}{x} \right)^{-2x}$ .
28. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin 3x}$ .
29. 求函数  $y = \ln \cos(e^x)$  的导数.
30. 求函数  $y = e^{-x} \cos(3-x)$  的微分.
31. 计算  $\int x e^{x^2} dx$ .
32. 计算  $\int x \sin x dx$ .
33. 计算  $\int_0^{e+1} \ln(x+1) dx$ .
34. 求微分方程  $y' = e^{ax+by}$  的通解.

五、简答题: 本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分.

35. 求由直线  $y = 2x + 3$  和曲线  $y = x^2$  所围成的图形的面积.
36. 当  $x > 0$  时, 不等式  $1 + \frac{1}{2}x > \sqrt{1+x}$  是否成立?