全国 2013 年 4 月高等教育自学考试线性代数（经管类）试题

课程代码：04184

绝密 ★ 考试结束前

全国2013年4月高等教育自学考试

线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

说明：在本卷中，A^T表示矩阵A的转置矩阵，A^*表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，$|A|$表示方阵A的行列式，$r(A)$表示矩阵A的秩.

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题2分，共10分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1．行列式$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$中$a_{22}$的代数余子式为

A. $\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$　　B. $-\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$　　C. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$　　D. $-\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$

2．设A，B均为n阶矩阵，$(A+B)(A-B)=A^2-B^2$的充分必要条件是

A. $A=E$　　B. $B=O$　　C. $A=B$　　D. $AB=BA$

3．设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，则下列向量组中线性无关的是

A. $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_1+\alpha_3$　　B. $\alpha_1-\alpha_2,\alpha_2-\alpha_3,\alpha_3-\alpha_1$

C. $\alpha_1,\alpha_2,2\alpha_1-3\alpha_2$　　D. $\alpha_2,2\alpha_3,2\alpha_2+\alpha_3$

4. 4元齐次线性方程组$\begin{cases} 2x_2-x_3-x_4=0 \\ x_1+x_2+x_3=0 \\ x_1+3x_2-x_4=0 \end{cases}$的基础解系所含解向量的个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5. 设-2是3阶矩阵A的一个特征值，则A^2必有一个特征值为

A. -8　　B. -4　　C. 4　　D. 8

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）

6. 已知行列式$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=3$，则$\begin{vmatrix} a_1 & 2b_1+c_1 & c_1 \\ a_2 & 2b_2+c_2 & c_2 \\ a_3 & 2b_3+c_3 & c_3 \end{vmatrix}=$__________.

7. A是3阶矩阵，若$|A^*|=4$，且$|A|<0$，则$|A|=$__________.

8. 设矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$，则$A^TA=$__________.

9. 设$\alpha_1=(1,-2,5)$，$\alpha_2=(4,7,-2)$，则$-2\alpha_1+3\alpha_2=$__________.

10. 3元齐次线性方程组$\begin{cases} x_1+2x_2=0 \\ x_3=0 \end{cases}$的一个基础解系为__________.

11. 设A为3阶矩阵，$r(A)=2$，若存在可逆矩阵P，使$P^{-1}AP=B$，则$r(B)=$________.

12. 已知向量组$\alpha_1=(1,2,-1,1)$，$\alpha_2=(2,0,t,0)$，$\alpha_3=(-1,2,-4,1)$的秩为2，则数$t=$__________.

13. 设A为3阶矩阵，2是A的一个2重特征值，-1为它的另一个特征值，则$|A|=$__________.

14. 设向量$\alpha_1=(1,2,-1)$，$\alpha_2=(3,2,1)$，则内积$(\alpha_1,\alpha_2)=$__________.

15. 设矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$，则二次型$x^TAx=$____________________.

三、计算题（本大题共7小题，每小题9分，共63分）

16．计算行列式 $D=\begin{vmatrix}1&0&0&a\\-1&1&0&b\\0&-1&1&c\\0&0&-1&d\end{vmatrix}$，其中 a,b,c,d 为常数.

17．已知 $X\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&2&2\\0&-1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1&-1\\4&0&-1\end{pmatrix}$，求矩阵 X.

18．设 A 为3阶矩阵，将 A 的第1列与第2列互换得到矩阵 B，再将 B 的第2列加到第3列得到矩阵 C，求满足关系式 $AQ=C$ 的矩阵 Q.

19．设向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}-2\\1\\0\\3\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\-3\\2\\4\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}3\\0\\2\\-1\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}0\\-1\\4\\9\end{pmatrix}$，判定 α_4 是否可以由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表出，若可以，求出其表示式.

20．已知4元线性方程组 $\begin{cases}x_1-x_2=a\\x_2-x_3=2a\\x_3-x_4=3a\\-x_1+x_4=1\end{cases}$，

（1）确定 a 的值，使方程组有解；

（2）在有解时，求出其通解（要求用它的一个特解和导出组的基础解系表示）.

21．求正交变换 $x=Py$，将二次型 $f(x_1,x_2)=3x_1^2-2x_1x_2+3x_2^2$ 化为标准形，并指出 f 是否为正定二次型.

22．求矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&2&1\end{pmatrix}$ 的特征值，并判定 A 能否与对角矩阵相似.（需说明理由）

四、证明题(本题 7 分)

23．设 A 为 n 阶矩阵，k 为正整数，且 $A^k=O$，证明 A 的特征值均为 0.