绝密★考试结束前

全国 2013 年 10 月高等教育自学考试

线性代数试题

课程代码：02198

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

说明：在本卷中，A^T 表示矩阵 A 的转置矩阵，A^*表示矩阵 A 的伴随矩阵，E 是单位矩阵，$|A|$表示方阵 A 的行列式，r(A)表示矩阵 A 的秩。

选择题部分

注意事项：

1．答题前，考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2．每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、

多涂或未涂均无分。

1．设行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=1$，$\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}=-2$，则 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1+c_1 \\ a_2 & b_2+c_2 \end{vmatrix}=$

A.－3　　B.－1

C.1　　D.3

2．设4阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的元素均为3，则 r($\boldsymbol{A}$)=

A.1　　B.2

C.3　　D.4

3．设 $\boldsymbol{A}$ 为2阶可逆矩阵，若 $\boldsymbol{A}^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{A}^*$=

A.$\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$　　B.$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

C.$\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$　　D.$\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

4．设 $\boldsymbol{A}$ 为 $m\times n$ 矩阵，$\boldsymbol{A}$ 的秩为 r，则

A. $r=m$ 时，$\boldsymbol{Ax}=0$ 必有非零解　　B. $r=n$ 时，$\boldsymbol{Ax}=0$ 必有非零解

C. $r<m$ 时，$\boldsymbol{Ax}=0$ 必有非零解　　D. $r<n$ 时，$\boldsymbol{Ax}=0$ 必有非零解

5．二次型 $f(x_1, x_2, x_3)=x_1^2+2x_2^2+3x_3^2-8x_1x_3+12x_2x_3$ 的矩阵为

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -8 \\ 0 & 2 & 12 \\ -8 & 12 & 3 \end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -8 \\ 0 & 2 & 12 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 2 & 6 \\ -4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ -4 & 2 & 6 \\ 0 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）

6．设 $\boldsymbol{A}$ 为3阶矩阵，且 $|\boldsymbol{A}|=2$，则 $|2\boldsymbol{A}|$=______.

7．设 $\boldsymbol{A}$ 为2阶矩阵，将 $\boldsymbol{A}$ 的第1行加到第2行得到 $\boldsymbol{B}$，若 $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{A}$=______.

8．设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$，B=$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{11}+a_{21} & a_{12}+a_{22} \end{pmatrix}$，且 r($\boldsymbol{A}$)=1，则 r（$\boldsymbol{B}$）=______.

9．设向量 $\boldsymbol{\alpha}=(1,0,1)^T$，$\boldsymbol{\beta}=(3,5,1)^T$，则 $\boldsymbol{\beta}-2\boldsymbol{\alpha}$=________.

10．设向量 $\boldsymbol{\alpha}=(3,-4)^T$，则 $\boldsymbol{\alpha}$ 的长度 $\|\boldsymbol{\alpha}\|$=______.

11．若向量 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,k)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(-1,1)^T$ 线性无关，则数 k 的取值必满足______.

12．齐次线性方程组 $x_1+x_2+x_3=0$ 的基础解系中所含解向量的个数为______.

13．已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 与对角矩阵 $\boldsymbol{D}=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ 相似，则数 a=______

14．设3阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值为－1，0，2，则 $|\boldsymbol{A}|$=______.

15．已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+tx_3^2$ 正定，则实数 t 的取值范围是______.

三、计算题（本大题共7小题，每小题9分，共63分）

16．计算行列式 $D=\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-a-c & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$.

17．已知向量 $\boldsymbol{\alpha}$=（1，2，k），$\boldsymbol{\beta}=\left(1,\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$，且 $\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\alpha}^T=3$，$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{\beta}$，求

(1)数 k 的值；

(2)$\boldsymbol{A}^{10}$.

18．已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$，求矩阵 $\boldsymbol{X}$，使得 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$.

19．求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,0,2,0)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(-1,-1,-2,0)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(-3,4,-4,1)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_4=(-6,14,-6,3)^T$ 的秩和一个极大线性无关组，并将向量组中的其余向量由该极大线性无关组线性表出.

20．设线性方程组 $\begin{cases} 2x+3y+z=0 \\ 2x+y+z=1 \\ x+y+\lambda z=1 \end{cases}$，问：

(1)λ 取何值时，方程组无解？

(2)λ 取何值时，方程组有解？此时求出方程组的解.

21．求矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 的全部特征值与特征向量.

22．用配方法化二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2-2x_2^2-4x_1x_3+8x_2x_3$ 为标准形，并写出所用的可逆线性变换.

四、证明题（本题7分）

23．设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1$，$\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性无关，且 $\boldsymbol{\beta}=c_1\boldsymbol{\alpha}_1+c_2\boldsymbol{\alpha}_2$，证明：当 $c_1+c_2\neq 1$ 时，向量组 $\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性无关.