绝密★考试结束前

全国2016年4月高等教育自学考试

线性代数试题

课程代码:02198

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

说明： 在本卷中，A^{T} 表示矩阵 A 的转置矩阵，A^* 表示矩阵 A 的伴随矩阵，E 是单位矩阵，$|A|$ 表示方阵 A 的行列式，$\mathrm{r}(A)$ 表示矩阵 A 的秩.

选择题部分

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题2分，共10分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1．多项式 $f(x)=\begin{vmatrix} x & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \\ -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$ 的常数项是

A．-14　　B．-7　　C．7　　D．14

2．将3阶矩阵 A 的第3行乘以 $-\frac{1}{2}$ 得到单位矩阵 E，则 $|A|=$

A．-2　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．2

3．设 A 为3阶矩阵，且 $|A|=a\neq 0$，将 A 按列分块为 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$，若矩阵 $B=(\alpha_1+\alpha_2,2\alpha_2,\alpha_3)$，则 $|B|=$

A．0　　B．a　　C．$2a$　　D．$3a$

4. 设向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s\ (s\geq 2)$线性相关，则$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$中

A. 必有一个零向量

B. 必有两个向量对应元素成比例

C. 存在一个向量可由其余向量线性表出

D. 每个向量均可由其余向量线性表出

5. 设3阶矩阵$\boldsymbol{A}$的特征值为$-\frac{3}{2}$，$-\frac{2}{3}$，$\frac{2}{3}$，则下列矩阵中可逆的是

A. $2\boldsymbol{E}-3\boldsymbol{A}$　　B. $3\boldsymbol{E}-2\boldsymbol{A}$　　C. $3\boldsymbol{E}+2\boldsymbol{A}$　　D. $2\boldsymbol{E}+3\boldsymbol{A}$

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）

6. 行列式$\begin{vmatrix} 0 & -c & -b \\ c & 0 & -a \\ b & a & 0 \end{vmatrix}=$__________.

7. 若行列式$\begin{vmatrix} a_{11} & 2a_{12}-3a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & 2a_{22}-3a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & 2a_{32}-3a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}=-2$，则$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=$__________.

8. 设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$，则$\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}=$__________.

9. 设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$，则$(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E})^{-1}=$__________.

10. 设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$，则$\boldsymbol{A}^*=$__________.

11. 设向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(3,1,2)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(2,1,0)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(1,0,a)^{\mathrm{T}}$线性无关，则数$a$的取值应满足________.

12．设 3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的所有元素均为 1，则 3 元齐次线性方程组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ 的基础解系中解向量的个数为_______.

13．设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶矩阵，$\boldsymbol{\alpha}_i$ 为 3 维非零列向量，且满足 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_i=i\boldsymbol{\alpha}_i\ (i=1,2,3)$，则 $\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=$_______.

14．设 $\lambda_0=-2$ 是 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的一个特征值，则 $\boldsymbol{A}^2+\boldsymbol{E}$ 的一个特征值是_______.

15．若实对称矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与矩阵 $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&2&1\\0&1&2\end{pmatrix}$ 合同，则二次型 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ 的规范形为_________.

三、计算题（本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分）

16．计算行列式 $D=\begin{vmatrix}a_2&0&0&c_2\\0&a_1&c_1&0\\0&d_1&b_1&0\\d_2&0&0&b_2\end{vmatrix}$.

17．设矩阵 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C}$ 满足关系式 $\boldsymbol{AC}=\boldsymbol{CB}$，其中 $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&-1&0\\2&1&1\end{pmatrix}$，

求矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{A}^3$.

18．设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶矩阵，将 $\boldsymbol{A}$ 的第 1 列与第 2 列互换得到矩阵 $\boldsymbol{B}$，再将 $\boldsymbol{B}$ 的第 2 列加到第 3 列得到单位矩阵 $\boldsymbol{E}$，求矩阵 $\boldsymbol{A}$.

19．求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,2,4)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(0,1,1,2)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(2,1,3,6)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_4=(1,2,3,6)^{\mathrm{T}}$ 的一个极大线性无关组，并将向量组中的其余向量由该极大线性无关组线性表出.

20．求线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2+x_3=-2\\2x_2-x_3-x_4=1\\2x_1+4x_2+x_3-x_4=-3\end{cases}$ 的通解（要求用它的一个特解和导出组的基础解系表示）.

21．求矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}4 & 0 & 1\\ -6 & 1 & -2\\ -9 & 0 & -2\end{pmatrix}$ 的全部特征值和特征向量.

22．用正交变换化二次型 $f(x_1,x_2)=3x_1^2-4x_1x_2$ 为标准形，并写出所用的正交变换.

四、证明题（本题 7 分）

23．设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶 $(n\geq 2)$ 可逆矩阵，证明 $(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})^{*}=(\boldsymbol{A}^{*})^{\mathrm{T}}$.