机密 ★ 考试结束前

浙江省 2021 年 4 月高等教育自学考试

概率论与数理统计(经管类)试题

课程代码:04183

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 抛硬币三次,以 A_i 表示事件“第 i 次出现正面”($i=1,2,3$),则事件“至少出现正面一次”可表示为

A. $A_1\cup A_2\cup A_3$　　B. $A_1\cap A_2\cap A_3$

C. $A_1-A_2-A_3$　　D. $A_1\cup A_2\cap A_3$

2. 设 A 与 B 为任意两个事件,则以下结论成立的是

A. $(A\cap B)-B=A$　　B. $(A\cap B)-B=AB$

C. $(A\cap B)-B=\phi$　　D. $(A\cap B)-B=\Omega$

3. 连续型随机变量 X 的概率密度 $f(x)$ 一定满足

A. $0\leqslant f(x)\leqslant 1$　　B. $f(-\infty)=0$

C. $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)\,\mathrm{d}x=1$　　D. $f(+\infty)=1$

4. 随机变量 X 的分布函数 $F(x)=P\{X\leqslant x\}$ 的概率意义是

A. X 取值落入 $(-\infty,+\infty)$ 的概率　　B. X 取值落入 $(-\infty,x]$ 的概率

C. X 取值落入 $(-\infty,x)$ 的概率　　D. X 取值落入 $[-x,x]$ 的概率

5. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)$,则 $\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{d}x\int_{x}^{+\infty}f(x,y)\,\mathrm{d}y=$

A. $P\{X>Y\}$　　B. $P\{X\leqslant Y\}$　　C. $P\{X=Y\}$　　D. $P\{X\neq Y\}$

6. 设随机变量 X 和 Y 都服从泊松分布且相互独立,则 $Z = X + Y$

A. 服从二项分布　　B. 服从指数分布

C. 服从泊松分布　　D. 不一定服从泊松分布

7. 设二维离散型随机变量 (X,Y) 的联合分布函数为 $F(x,y)$,则以下结论中错误的是

A. $F(-\infty, +\infty) = 0$　　B. $F(-\infty, y) = 0$

C. $F(-\infty, -\infty) = 0$　　D. $F(+\infty, +\infty) = 1$

8. 设 X 和 Y 为任意两个连续型随机变量,则以下结论一定成立的是

A. $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$　　B. $D(XY) = D(X)D(Y)$

C. $E(XY) = E(X)E(Y)$　　D. $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$

9. 随机变量 X 和 Y 的相关系数 $\rho = 0$ 是 X 和 Y

A. 不相关的充分条件,但非必要条件　　B. 不相关的充分和必要条件

C. 独立的充分条件,但非必要条件　　D. 独立的充分和必要条件

10. 设 $\hat{\theta}$ 是参数 θ 的无偏估计,则 $E(\hat{\theta}^2) = \theta^2$ 是 $D(\hat{\theta}^2) = 0$ 成立的

A. 充分条件,但非必要条件　　B. 必要条件,但非充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既非充分也非必要条件

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 6 小题,每空 3 分,共 18 分。

11. 若 X 服从参数为 $\lambda(>0)$ 的泊松分布,则 $P\{X=1\} =$ ______.

12. 已知随机变量 $X \sim B(n, \frac{1}{3})$,若已知 $E(X) = 12$,则 $n =$ ______.

13. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为 $f(x,y) = \begin{cases} ax^2y^3, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & 其他. \end{cases}$,则常数 $a =$ ______.

14. 设随机变量 X 与 Y 独立,则 $P\{Y = X\} =$ ______.

15. 设总体 $X \sim N(1,4)$,$\bar{x}$ 为样本均值,n 为样本容量,则 $\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-1)}{2} \sim$ ______.

16. 设某个假设检验问题的拒绝域为 W,当原假设 H_0 成立时,样本值 $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 落入区域 W 内的概率为 0.96,则在置信水平 0.05 下,原假设 H_0 应被______.(填“拒绝”或“接受”)

三、综合题：本大题共 3 小题，每小题 12 分，共 36 分。

17. 袋中有 5 个黑球,3 个白球,现从中先后两次不放回地随机摸出两个,求出以下各事件的概率：

(1) 第一次取到白球而第二次取到黑球.

(2) 第一次取到黑球而第二次取到白球.

(3) 取出的两球,一个是白球,另一个是黑球.

18. 设随机变量 X 服从 $[0,0.2]$ 上的均匀分布,随机变量 Y 服从参数 $\lambda=5$ 的指数分布,且 X 与 Y 相互独立. 求：

(1) X 和 Y 的概率密度. (2) (X,Y) 的联合概率密度. (3) $P\{X>Y\}$.

19. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	0	1
0	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$
1	$\frac{3}{10}$	a

(1) 求常数 a；

(2) 求 (X,Y) 的协方差；

(3) 求 X 和 Y 的相关系数.

四、应用题：本大题 8 分。

20. 某电话交换台有 10000 个相互独立的用户,已知每个用户在平时任一时刻使用电话的概率为 0.2,求在任一时刻有 1900 ~ 2100 个用户同时使用电话的概率. (取 $\Phi(2.5)=0.9938$)

五、证明题：本大题 8 分。

21. 设随机变量 X 的期望、方差均存在,C 是任意常数,证明：

$$D(X) \leqslant E(X-C)$$

当且仅当 $C=E\xi$ 时取等号.